KAEDAH LELARAN PENGENMDURAN BERLEBIHAN BERTURUT-TURUT DAN KAEDAH PEMECUTAN BERLEBIHAN BERTURUT-TURUT BAGI SIMULASI ELEKROSTATIK DUA MATRA

Mohammad khatim Hasan

ABSTRAK

Dalam kertas ini, keadah lelaran pemecutan berlebihan berturut-turut (PMBB) dan kaedah pengenduran berlebihan berturut-turut (PBB) diaplikasikan bagi masalah elktrostatik dua dimensi yang telah dimudahkan. Hasil kajian menunjukkan kaedah PMBB memerlukan masa pengiraan yang cepat berbanding dengan PBB.

1 PENGENALAN

Pada era teknologi maklumat dan komunikasi, teknologi maklumat telah memainkan peranan penting dalam bidang industri, bidang penyelidikan dan kehidupan harian. Perkembangan dan kemajuan yang pesat dalam bidang mikroelektronik telah menghasilkan pelbagai kemudahan teknologi maklumat seperti komputer peribadi, telekomunikasi multimedia dan sebagainya. Kita boleh mendapatkan maklumat dan berkongsi maklumat dengan orang lain di seluruh dunia. Seterusnya, penggunaan komputer boleh membantu manusia untuk menyelesaikan masalah yang kompleks seperti pengiraan matematik.

Di alam matematik gunaan sekarang, terdapat banyak perisian dan web yang membantu pengguna menyelesaikan masalah matematik. Dalam projek akhir ini, saya akan mengkaji kaedah berangka dan membina satu perkhidmatan web bagi menyelesaikan masalah secara berangka untuk kegunaan awam.

Berikut merupakan teori dan konsep yang akan digunakan dalam pembangunan projek ini iaitu persamaan Poison, kaedah pengenduran berlebihan berturut-turut (PBB), keadah pemecutan berlebihan berturut-turut (PMBB).

Persamaan terbitan separa (PTS) banyak digunakan dalam masalah fizikal sains dan kejuruteraan. Melalui kajian yang dilakukan, pengkaji cuba menggunakan pendekatan berangka untuk menyelesaikan masalah PTS dengan kaedah beza terhingga. (Lee 2007)

Kaedah lelaran sapuan menggunakan persamaan beza terhingga peringkat kedua untuk menyelesaikan persamaan Poison. Perumusan skema beza terhingga peringkat kedua sapuan penuh, separa dan suku juga dibincangkan dalam penyelidikan ini. Kemudian, perbincangan kaedah pengenduran berlebihan berturut-turut (PBB) sapuan penuh, separuh, dan suku dan keadah pemecutan berlebihan berturut-turut (PMBB) sapuan penuh, separuh, dan suku akan dilakukan.

Mengikut Norhashidah & Lee (2007), satu kaedah penyelidikan secara berterusan dalam pengkomputeran saintifik ialah penyelesaian persamaan secara cekap dengan menggunakan teknik-teknik baru yang dibangunkan. Masalah elektrostatik dua matra yang dimudahkan dapat diwakili oleh persamaan Poisson biasa digunakan untuk menggambarkan fenomena elektrostatik. Persamaan Poison 2 dimensi diberikan oleh

$$\nabla^2 U = \frac{\partial^2 U}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 U}{\partial y^2} = f(x,y), \qquad (x,y) \in \Omega. \tag{1}$$

dengan syarat sempadan diberikan

$$U(x,y) = g(x,y), \qquad (x,y) \in \partial\Omega. \tag{2}$$

Andaikan persamaan (1) digunakan dengan beberapa kaedah beza terhingga berlainan, satu sistem persamaan algebra akan diperolehi. Saiz sistem linear tersebut biasanya besar.

2 Kaedah Pemecutan Berlebihan Berturut-turut (PMBB)

Perhatikan sistem persamaan linear $A\underline{u} = \underline{\mathrm{b}}$ yang muncul ketika satu titik atau sekumpulan kaedah lelaran dilaksanakan pada persamaan Poisson. Sebuah matriks A boleh dihuraikan kepada

$$A = D - L - U, \tag{3}$$

yang *D, L,* dan *U* merupakan matrik pepenjuru yang masing-masing ialah matriks tiga pepenjuru, matriks segitiga bawah dan matriks segitiga atas. (Norhashidah & Lee 2007)

Kaedah PMBB telah ditakrifkan sebagai

$$u^{(k+1)} = L_{r,w} u^{(k)} + w(D - rL)^{-1} b \,,$$

$$L_{r,w} = (I - rD^{-1} - L)^{-1}[(1-w)I + (w-r)L + wD^{-1}U] \,. \tag{4}$$

Kaedah ini melibatkan dua parameter, *r* dan *w*. Kaedah-kaedah lelaran seperti Jacobi, Gauss-Seidel(GS) dan PBB akan menjadi kes-kes khas kaedah ini apabila parameter mengambil nilai-nilai tertentu. Sebagai contoh, apabila $w = 1$ dan $r = 0$, kami mendapatkan kaedah Jacobi. Jika $w = r = 1$, kami mendapatkan kaedah GS. Persamaan (4) boleh ditulis semula sebagai

$$(D - rL)\underline{u}^{(k+1)} = (w - r)L\underline{u}^{(k)} + wU\underline{u}^{(k)} + w\underline{b} + (1 - w)D\underline{u}^{(k)}. \tag{5}$$

dan

$$D\underline{u}^{(k+1)} = rL\left(\underline{u}^{(k+1)} - \underline{u}^{(k)}\right) + wL\underline{u}^{(k)} + wU\underline{u}^{(k)} + wb + (1 - w)D\underline{u}^{(k)}. \tag{6}$$

Jika *w* = *r*, PBB diperolehi, persamaan PBB ditulis sebagai

$$D\underline{u}^{(k+1)} = wL\underline{u}^{(k+1)} + wU\underline{u}^{(k)} + wb + (1-w)D\underline{u}^{(k)}. \tag{7}$$

Perhatikan bahawa kaedah PMBB boleh didapati daripada persamaan PBB dengan menggantikan $wL\underline{u}^{(k+1)}$ dalam persamaan (7) dengan $wL\underline{u}^{(k)}$ dan tambah $rL\left(\underline{u}^{(k+1)} - \underline{u}^{(k)}\right)$. Persamaan PMBB ialah

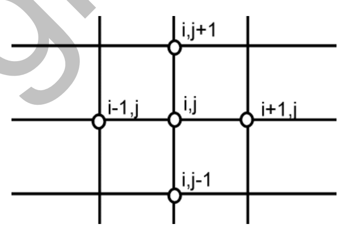
$$D\underline{u}^{(k+1)} = rL\left(\underline{u}^{(k+1)} - \underline{u}^{(k)}\right) + wL\underline{u}^{(k)} + wU\underline{u}^{(k)} + wb + (1-w)D\underline{u}^{(k)}. \tag{8}$$

Matriks *L* mengandungi pekali-pekali dengan syaratnya bergantung pada corak susunan atau susunan titik kekisi dalam penyelesaian domain.

3 Kaedah Lelaran Pengenduran Berlebihan Berturut-turut (PBB) dan Keadah Lelaran Pemecutan Berlebihan Berturut-turut (PMBB)

Dalam menyelesaikan masalah ini, kaedah beza terhingga digunakan, persamaan (1) boleh dianggarkan di titik (*x*,*y*) melalui banyak cara. Anggapkan satu kekisi segi empat tepat dalam permukaan(*x*,*y*) mempunyai kekisi jarak h yang sama dalam kedua-dua arah dengan $x_i = ih$, $y_i = jh$ (i , j = 0,1,2,3……..N), $u_{i,j} = u(x,y)$ dan h = 1 / N.

Dengan mengabaikan O(h^2), boleh didapatkan persamaan beza terhingga paling mudah untuk persamaan (1) yang dikenali penghampiran beza terhingga 5 titik. Tranformasi persamaan beza terhingga putaran 5 titik piawai ditunjukkan dalam rajah 2.1.



Rajah 3.1 : Persamaan Beza Terhingga 5 Titik Piawai
(Sumber: Norhashidah & Evans 2004**)**

Dari skema peringkat ke 2, kaedah sapuan penuh dan suku secara umumnya ditulis sebagai (Rakhimov & Othman 2009, Sulaiman *et.al* 2007)

$$u_{i-p,j} + u_{i+p,j} + u_{i,j-p} + u_{i,j+p} - 4u_{i,j} = (ph)^2 f_{i,j}, \tag{9}$$

yang nilai p ialah 1 dan 2 merupakan kes sapuan penuh dan suku.
Kaedah lelaran PBB bagi persamaan beza terhingga 5 titik seperti ditunjuk dalam persamaan (10).

$$u_{i,j}^{(k+1)} = w\left(\frac{u_{i-p,j}^{(k+1)} + u_{i+p,j}^{(k)} + u_{i,j-p}^{(k+1)} + u_{i,j+p}^{(k)} - (ph)^2 f_{i,j}}{4}\right) + (1-w)u_{i,j}^{(k)}. \tag{10}$$

Untuk mendapatkan kaedah lelaran PMBB seperti persamaan (4), gantikan $u_{i-p,j}^{(k+1)}$ dan $u_{i,j-p}^{(k+1)}$ dengan $u_{i-p,j}^{(k)}$dan $u_{i,j-p}^{(k)}$ masing-masing.

Selepas itu, tambahkan $r(u_{i-p,j}^{(k+1)} - u_{i-p,j}^{(k)})/4$ dan $r(u_{i,j-p}^{(k+1)} - u_{i,j-p}^{(k)})/4$.

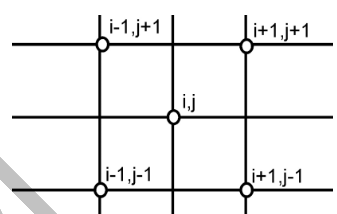
Kaedah lelaran PMBB bagi persamaan beza terhingga 5 titik boleh dituliskan sebagai

$$u_{i,j}^{(k+1)} = r\left(\frac{u_{i-p,j}^{(k+1)} - u_{i-p,j}^{(k)} + u_{i,j-p}^{(k+1)} - u_{i,j-p}^{(k)}}{4}\right) + w\left(\frac{u_{i-p,j}^{(k)} + u_{i+p,j}^{(k)} + u_{i,j-p}^{(k)} + u_{i,j+p}^{(k)} - (ph)^2 f_{i,j}}{4}\right) + (1-w)u_{i,j}^{(k)}. \qquad (11)$$

Satu lagi jenis beza terhingga yang boleh mewakili persamaan Poisson di bawah kajian ialah orientasi silang yang boleh didapati melalui putaran paksi permukaan-i dan paksi permukaan-j mengikut arah jam oleh 45^{o}.

Persamaan beza terhingga putaran 5 titik boleh dibentuk oleh transformasi berikut: (Sulaiman *et.al* 2007)

$$i, j \pm 1 \rightarrow i \pm 1, j \pm 1,$$
$$i \pm 1, j \rightarrow i \pm 1, j \mp 1,$$
$$\Delta x, \Delta y \rightarrow \sqrt{(\Delta x)^{2+}(\Delta x)^2 = \sqrt{2h}}\,,\ \Delta x = \Delta y,$$



Rajah 3.2 : Persamaan Beza Terhingga Putaran 5 Titik
(Sumber: Norhashidah & Evans 2004**)**

Berdasarkan transformasi rajah 2.2 di atas, persamaan beza terhingga putaran 5 titik boleh dinyatakan sebagai kaedah sapuan separuh iaitu (Norhashidah & Evans 2004)

$$u_{i-1,j-1} + u_{i+1,j-1} + u_{i-1,j+1} + u_{i,+1,j+1} - 4u_{i,j} = 2h^2 f_{i,j}\,. \qquad (12)$$

Kaedah lelaran PBB berdasarkan persamaan beza terhingga putaran 5 titik (12) boleh menyelesaikan masalah yang dijumpai ialah,

$$u_{i,j}^{(k+1)} = w\left(\frac{u_{i-1,j-1}^{(k+1)} + u_{i+1,j-1}^{(k+1)} + u_{i-1,j+1}^{(k)} + u_{i+1,j+1}^{(k)} - 2\,h^2 f_{i,j}}{4}\right) + (1-w)u_{i,j}^{(k)}. \qquad (13)$$

Dengan mengunakan cara yang sama bagi Kaedah lelaran PMBB dituliskan sebagai

$$u_{i,j}^{(k+1)} = r\left(\frac{u_{i-1,j-1}^{(k+1)} - u_{i-1,j-1}^{(k)} + u_{i+1,j-1}^{(k+1)} - u_{i+1,j-1}^{(k)}}{4}\right) + w\left(\frac{u_{i-1,j-1}^{(k)} + u_{i+1,j-1}^{(k)} + u_{i-1,j+1}^{(k)} + u_{i+1,j+1}^{(k)} - 2\,h^2 f_{i,j}}{4}\right) + (1-w)u_{i,j}^{(k)}. \qquad (14)$$

Namun, tidak seperti PBB, tidak ada rumus umum untuk menentukan nilai optimum r dan w yang memberikan jumlah lelaran yang minimum. Nilai r biasanya dipilih berdekatan dengan nilai w dari PBB yang sesuai. Oleh itu, kajian berangka dijalankan untuk julat w tertentu. (Norhashidah & Lee 2007)

Kita menyelesaikan kaedah lelaran dengan nilai awal $u_{i,j}^{(0)}$ sama dengan perpaduan. Pengujian penumpuan kaedah diberikan oleh ,

$$\text{maks}\left\{\left|u_{i,j}^{(k+1)} - u_{i,j}^{(k)}\right|\right\} < 10^{-6}. \qquad (15)$$

sebagai kriteria bentuk lelaran berhenti.

4 Ujikaji berangka

Di dalam projek ini, persamaan eliptik peringkat dua iaitu persamaan Poisson yang dipertimbangkan diberi oleh (Lee 2007)

$$\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} = f(x,y) = (x^2 + y^2)e^{xy}\,, \qquad (16)$$

yang rantau R, (x,y) ∈ (0, 1)×(0, 1), dengan syarat sempadan diberikan

$$u(x,0) = u(0,y) = 1, u(x,1) = e^x, u(1,y) = e^y\,. \qquad (17)$$

Penyelesaian tepat diberikan oleh

$$u(x,y) = e^{xy}\,. \qquad (18)$$

5 PENGUJIAN PRESTASI KAEDAH

Dalam projek penyelidikan ini, kaedah berangka yang digunakan ialah kaedah pengenduran berlebihan berturut-turut (PBB) sapuan penuh, separuh, dan suku dan keadah pemecutan berlebihan berturut-turut (PMBB) sapuan penuh, separuh, dan suku.

Setiap eksperimen dilakukan dengan memilih nilai *r* berhampiran dengan parameter optimum, *w* (Norhashidah & Lee 2007) seperti digambarkan dalam jadual 5.3 dan jadual 5.5. Parameter pecutan, w terpilih dalam ± 0.001 telah memberikan minimum jumlah lelaran, k. Microsoft Visual Studio 2008 digunakan untuk menjalankan pengiraan.

Keputusan berangka eksperimen bagi nilai N yang berbeza ditunjukkan dalam jadual 5.2, jadual 5.3, jadual 5.4 dan jadual 5.5. Nilai N ganjil digunakan di dalam jadual 5.2 dan jadual 5.3, manakala nilai N genap digunakan di dalam jadual 5.4 dan jadual 5.5. Rumusan kaedah-kaedah yang digunakan ditunjukkan dalam jadual 5.1.

Jadual 5.1 Rumusan Kaedah-kaedah Lelaran

Kaedah	Persamaan berangka
PBB sapuan penuh	$u_{i,j}^{(k+1)} = w\left(\frac{u_{i-1,j}^{(k+1)} + u_{i+1,j}^{(k)} + u_{i,j-1}^{(k+1)} + u_{i,j+1}^{(k)} - h^2 f_{i,j}}{4}\right) + (1-w)u_{i,j}^{(k)}.$
PBB sapuan Separuh	$u_{i,j}^{(k+1)} = w\left(\frac{u_{i-1,j-1}^{(k+1)} + u_{i+1,j-1}^{(k+1)} + u_{i-1,j+1}^{(k)} + u_{i+1,j+1}^{(k)} - 2h^2 f_{i,j}}{4}\right) + (1-w)u_{i,j}^{(k)}.$
PBB sapuan suku	$u_{i,j}^{(k+1)} = w\left(\frac{u_{i-2,j}^{(k+1)} + u_{i+2,j}^{(k)} + u_{i,j-2}^{(k+1)} + u_{i,j+2}^{(k)} - 4h^2 f_{i,j}}{4}\right) + (1-w)u_{i,j}^{(k)}.$
PMBB sapuan penuh	$u_{i,j}^{(k+1)} = r\left(\frac{u_{i-1,j}^{(k+1)} - u_{i-1,j}^{(k)} + u_{i,j-1}^{(k+1)} - u_{i,j-1}^{(k)}}{4}\right) + w\left(\frac{u_{i-1j}^{(k)} + u_{i+1,j}^{(k)} + u_{i,j-1}^{(k)} + u_{i,j+1}^{(k)} - h^2 f_{i,j}}{4}\right) + (1-w)u_{i,j}^{(k)}$
PMBB sapuan separuh	$u_{i,j}^{(k+1)} = r\left(\frac{u_{i-1,j-1}^{(k+1)} - u_{i-1,j-1}^{(k)} + u_{i+1,j-1}^{(k+1)} - u_{i+1,j-1}^{(k)}}{4}\right) + w\left(\frac{u_{i-1,j-1}^{(k)} + u_{i+1,j-1}^{(k)} + u_{i-1,j+1}^{(k)} + u_{i+1,j+1}^{(k)} - 2h^2 f_{i,j}}{4}\right) + (1-w)u_{i,j}^{(k)}.$
PMBB sapuan suku	$u_{i,j}^{(k+1)} = r\left(\frac{u_{i-2,j}^{(k+1)} - u_{i-2,j}^{(k)} + u_{i,j-2}^{(k+1)} - u_{i,j-2}^{(k)}}{4}\right) + w\left(\frac{u_{i-2,j}^{(k)} + u_{i+2,j}^{(k)} + u_{i,j-2}^{(k)} + u_{i,j+2}^{(k)} - 4h^2 f_{i,j}}{4}\right) + (1-w)u_{i,j}^{(k)}$

(Sumber : Norhashidah & Lee 2007, Rakhimov & Othman 2009)

Persamaan Poison digunakan sebagai ujikaji berangka untuk mendapatkan masa pengiraan komputer, *t* dalam saat, bilangan lelaran, *k* dan ralat maksimun.

Persamaan Poison , $f(x,y) = (x^2 + y^2)e^{xy}$.

Penyelesaian ketepatan, $u(x,y) = e^{xy}$.

Pengujian penumpuan kaedah, maks $\left\{\left|u_{i,j}^{(k+1)} - u_{i,j}^{(k)}\right|\right\} < 10^{-6}$.

Ralat maksimum = maks$\left\{\left|e^{xy} - u_{i,j}\right|\right\} < 10^{-6}$.

Dalam penyelidikan projek ini, masa pengiraan komputer, *t* dalam saat dikira dengan menbuat eksperimen sebanyak tiga kali untuk mendapatkan purata masa seperti ditunjukkan dalam jadual 4.2 dan jadual 4.4. Ini adalah untuk menambahkan kejituan masa.

Jadual 5.2 Perbandingan Purata Masa Bagi Kaedah Lelaran Nilai N ganjil.

Kaedah	N	t_1	t_2	t_3	Purata masa, t(saat)
PBB	5	0.015625	0.046875	0.03125	0.03125
sapuan	55	0.578125	0.515625	0.71875	0.60416667
penuh	105	1.953125	1.96875	2.046875	1.989583
PBB sapuan	5	0.046875	0.03125	0.0625	0.046875
separuh	55	0.421875	0.5	0.390625	0.4375
	105	3.453125	3.5	3.4375	3.463542
PBB	5	0.046875	0	0.046875	0.03125
sapuan	55	0.078125	0.15625	0.109375	0.114583
suku	105	0.984375	0.921875	1.0625	0.989583
PMBB	5	0.046875	0	0.03125	0.026042
sapuan	55	0.375	0.359375	0.46875	0.40104167
penuh	105	1.84375	1.890625	1.859375	1.864583
PMBB	5	0.046875	0.015625	0.03125	0.03125
sapuan	55	0.25	0.203125	0.21875	0.223958
separuh	105	0.796875	0.828125	0.796875	0.807292
PMBB	5	0	0	0	0
sapuan	55	0.109375	0.046875	0.0625	0.072917
suku	105	0.421875	0.453125	0.4375	0.4375

Jadual 4.5 Perbandingan Data Antara Kaedah-kaedah Lelaran Nilai N ganjil

Kaedah	N	*r*	*w*	*k*	*t* (saat)	Ralat Maksimun
PBB	5	1.270	1.257-1.274	16	0.03125	0.000100214982708957
sapuan penuh	55	1.895	1.856-1.866	249	0.60416667	1.82170929254877E-05
	105	1.944	1.940-1.941	305	1.989583	1.92043114335405E-05
PBB	5	1.145	1.135-1.157	11	0.046875	0.00721767773755966
sapuan	55	1.854	1.676-1.684	325	0.4375	3.77197187608758E-05
separuh	105	1.921	1.694-1.696	1001	3.463542	8.5360781245658E-05

PBB	5	1.145	1.135-1.157	8	0.03125	1.79164622741723
sapuan	55	1.854	1.676-1.684	148	0.114583	2.62744266211386
suku	105	1.921	1.694-1.696	469	0.989583	2.66939423657048
PMBB	5	1.270	1.257-1.274	13	0.026042	0.000100273072939361
sapuan penuh	55	1.895	1.856-1.866	146	0.40104167	3.67440250337303E-06
	105	1.944	1.940-1.941	270	1.864583	7.7559952673667E-06
PMBB	5	1.145	1.135-1.157	10	0.03125	0.00721777141958402
sapuan	55	1.854	1.676-1.684	107	0.223958	5.59075047015245E-05
separuh	105	1.921	1.694-1.696	201	0.807292	1.85396935417081E-05
PMBB	5	1.145	1.135-1.157	9	0	1.79164621937374
sapuan	55	1.854	1.676-1.684	85	0.072917	2.62744259910311
suku	105	1.921	1.694-1.696	163	0.4375	2.66939413328611

Jadual 4.4 Perbandingan Purata Masa Bagi Kaedah Lelaran N genap.

Kaedah	N	t_1	t_2	t_3	Purata masa, t(saat)
PBB	4	0.015625	0	0.046875	0.020833
sapuan	54	0.5625	0.484375	0.453125	0.5
penuh	104	1.875	1.78125	1.90625	1.854167
PBB sapuan	4	0	0.046875	0.046875	0.03125
separuh	54	0.390625	0.28125	0.375	0.348958
	104	3.390625	3.21875	3.328125	3.3125
PBB	4	0.046875	0	0.03125	0.026042
sapuan	54	0.203125	0.171875	0.203125	0.192708
suku	104	1.0625	1.046875	1.03125	1.046875
PMBB	4	0	0.046875	0	0.015625
sapuan	54	0.328125	0.34375	0.265625	0.3125
penuh	104	1.859375	1.796875	1.8125	1.822917
PMBB	4	0.015625	0.046875	0	0.020833
sapuan	54	0.203125	0.15625	0.140625	0.166667
separuh	104	0.765625	0.8125	0.78125	0.786458
PMBB	4	0	0	0	0
sapuan	54	0.0625	0.140625	0.125	0.109375
suku	104	0.453125	0.359375	0.4375	0.416667

Jadual 4.5 Perbandingan Data Antara Kaedah-kaedah Lelaran N genap

Kaedah	N	r	w	k	t (saat)	Ralat Maksimun
PBB	4	1.270	1.257-1.274	14	0.020833	0.000156029857046658
sapuan penuh	54	1.895	1.856-1.866	239	0.5	1.7858059175424E-05
	104	1.944	1.940-1.941	297	1.854167	1.75939863515939E-05
PBB	4	1.145	1.135-1.157	9	0.03125	0.0109953953116904
sapuan	54	1.854	1.676-1.684	314	0.348958	4.02488986754879E-05
separuh	104	1.921	1.694-1.696	984	3.3125	8.30258879009893E-05
	4	1.145	1.135-1.157	9	0.026042	0.0082340102721763

PBB	54	1.854	1.676-1.684	162	0.109375	1.00528356379304E-05
sapuan	104	1.921	1.694-1.696	524	1.046875	4.60782872360177E-05
suku						
PMBB	4	1.270	1.257-1.274	13	0.015625	0.000156036866852061
sapuan	54	1.895	1.856-1.866	149	0.3125	5.70025020474318E-06
penuh	104	1.944	1.940-1.941	272	1.822917	9.0324565364952E-06
PMBB	4	1.145	1.135-1.157	10	0.020833	0.0109953770345386
sapuan	54	1.854	1.676-1.684	112	0.166667	5.84838784061237E-05
separuh	104	1.921	1.694-1.696	217	0.786458	1.77511158536703E-05
PMBB	4	1.145	1.135-1.157	9	0	0.000209443517897201
sapuan	54	1.854	1.676-1.684	105	0.109375	4.61821231301229E-06
suku	104	1.921	1.694-1.696	185	0.416667	9.48668023781352E-06

5 PERBINCANGAN

Pengiraan data berangka PBB sapuan penuh, separuh dan suku dan PMBB sapuan penuh, separuh dan suku dilakukan dengan mengambil tiga nilai N ganjil iaitu 5, 55, dan 105 (jadual 4.3) dan tiga nilai N genap iaitu 4, 54, dan 104 (jadual 4.5). Dengan membandingkan keputusan nilai eksperimen keadah PMBB sapuan dan keadah PBB sapuan dalam jadual 4.3 dan jadual 4.5, didapati bahawa jumlah lelaran, k bagi keputusan PMBB sapuan dan PBB sapuan semakin meningkat apabila nilai N menjadi besar. Jumlah lelaran, k yang tinggi akan menyebabkan pengiraan komputer mengambil masa yang lebih panjang.

Perhatikan nilai ralat maksimum dalam jadual 4.3 dan jadual 4.5, ralat maksimum bagi PBB sapuan penuh dan separuh dan PMBB sapuan penuh dan separuh adalah kecil. Apabila nilai N ganjil (jadual 4.3), ralat maksimum bagi PBB sapuan suku dan PMBB sapuan suku adalah besar. Seterusnya, semasa nilai N genap (jadual 4.5), ralat maksimum bagi PBB sapuan dan PMBB sapuan adalah kecil.

Masa yang diambil oleh kaedah PMBB adalah singkat berbanding dengan kaedah PBB. Masa pengiraan bagi PMBB sapuan suku semasa nilai $N = 104$ adalah 0.416667 saat adalah singkat berbanding dengan masa pengiraan PBB sapuan suku iaitu 1.046875. Nilai N PBB sapuan penuh dan separuh dan PMBB sapuan penuh dan separuh yang boleh digunakan ialah nilai positif. Nilai N bagi PBB sapuan suku dan PMBB sapuan suku sesuai dengan nombor genap positif. Jadi, nilai N genap lebih sesuai untuk membuat perbandingan keputusan nilai eksperimen keadah PMBB sapuan dan keadah PBB sapuan.

Penghargaan

Penghargaan buat geran GGP-2017-023 dari UKM.

6 KESIMPULAN

Melalui projek penyelidikan ini, terdapat pengalaman dan ilmu pengetahuan baru dipelajari terutamanya tentang persamaan persamaan elektrostatik. Persamaan ini dapat diturunkan ke bentuk persamaan Poisson lalu dapat diselesaikan mengguna famili kaedah pengenduran berlebihan berturut-turut (PBB) dan famili keadah pemecutan berlebihan berturut-turut (PMBB). Kaedah PMBB jelas dapat mengatasi kelajuan kaedah PBB.

RUJUKAN

Lee, S.C. 2007. Preconditioned Five Point Rotated Scheme in Solving the Poison's Equation. *Simponium Kebangsaan Sains Matematik Ke*-17

Norhashidah, H.M.A. & Evans, D.J. 2004. Preconditioned rotated iterative methods in the solution of elliptic partial differential equation. *International Journal of Computer Mathematics*, 81: 9, 1163 – 1174.

Norhashidah, H.M.A & Lee, S.C. 2007. Group Accelerated Over Relaxation methods on rotated grid. *Journal of Applied Mathematics and Computation.* 191 533–542.

Rakhimov, S. & Othman, M. 2009. An Accelerated Over-Relaxation Quarter-Sweep Point Iterative Method for Two-Dimensional Poisson Equation. *Sains Malaysiana* 38(5): 729–733.

Sulaiman, J., Othman, M., Hasan, M.K. 2007. Red Black QSSOR Iterative Method For Solving 2D Helmholtz Equations. *Integrating Mathematical Sciences Within Society*. Bangi-Putrajaya: Equaterial Hotel. 28 & 29 November.