

# KAEDAH TAK PIAWAI PURATA PEMBERAT SKEMA 2 BAGI KE ATAS MODEL LOTKA -VOLTERRA

Mohammad Khatim Hasan

Shahizan Mazlan

## 1. Pengenalan

Pada tahun 1926, seorang juru matematik terkenal dari Itali iaitu Vito Volterra dan seorang ahli biologi Amerika Alfred J. Lotka telah mencadangkan model persamaan perbezaan yang dipanggil Model pemangsa-mangsa. Model ini juga dikenali sebagai Model Lotka-Volterra merupakan model yang paling mudah dan banyak digunakan dalam sistem ini. Model ini menunjukkan sistem berpasangan pemangsa dan mangsa perlu kitaran yang berkaitan antara satu sama lain, sebagai contoh, di mana pemangsa meningkat apabila mempunyai banyak mangsa, mangsa yang berkurangan maka pemangsa turut akan berkurangan. Selain itu, terdapat juga beberapa model pemangsa-mangsa dihasilkan bagi penambahbaikan daripada model yang sebelumnya antaranya model Rosenzweig-MacArthur. Model ini telah dibina oleh Rosenzweig dan MacArthur pada tahun 1963 berdasarkan model sebelumnya. Model ini terdapat sedikit perbezaan di antara model yang sebelumnya di mana kadar perkembangan dan kematian tidak bergantung sepenuhnya terhadap populasi masing-masing. Model ini telah mengambil kira persekitaran sekeliling pada sesuatu kawasan itu sebagai contoh sekiranya mangsa berkurangan pemangsa akan mencari sumber makanan yang lain begitu juga mengambil kira kematian mangsa yang bukan disebabkan oleh pemangsa mungkin juga mangsa mati disebabkan oleh penyakit atau mati disebabkan oleh pergaduhan sesama sendiri. Beddington dan DeAngelis pada tahun 1975 telah memperkenalkan model pemangsa-mangsa yang dipanggil Model Beddington-DeAngelis. Walaupun fungsi model ini adalah serupa dengan model Rosenzweig-MacArthur. Tetapi mereka telah meletakkan gangguan bersama di antara pemangsa. dengan ini tindak balas bagi kedua-dua populasi dipengaruhi oleh pemangsa. sebagai contoh kematian pemangsa juga boleh disebabkan oleh pemangsa yang lain di dalam populasi yang sama. Kesemua model ini diformulasikan dalam bentuk sistem persamaan perbezaan.

Model pemangsa-mangsa adalah satu model matematik yang mencari hubung kait interaksi antara pemangsa dan mangsa. Model ini telah dibangunkan oleh Alfred J. Lotka (1925) dan Vito Volterra (1926) yang dikenali sebagai model Lotka-Volterra, ia merupakan persamaan

perbezaan bagi membentuk model matematik ini. Model ini menggunakan dua pemboleh ubah yang bersandar iaitu pemangsa dan mangsa. Mangsa ialah satu populasi yang mempunyai sumber makanan yang cukup untuk membiak manakala pemangsa merupakan populasi yang memakan mangsa. Konsep model pemangsa-mangsa Lotka-Volterra ini lebih berfokus kepada pemangsa yang boleh mengehadkan populasi mangsa. Kadar pembiakan dan kematian di antara kedua-dua populasi saling bergantung di dalam satu kitaran. Selain itu, model Lotka-Volterra ini juga boleh digunakan dalam pelbagai bidang seperti perniagaan (Ye, Qiang, & Song, 2013), pengangkutan (Yuting & Meng, 2011), keselamatan (Yang & Chen, 2015) dan sebagainya.

Pada zaman sekarang, bidang perniagaan merupakan satu bidang yang sangat penting bagi menjamin kemajuan di sesebuah negara. Ini telah dibuktikan oleh Qiongwei et. al (2013) yang menggunakan model persaingan antara spesies Lotka-Volterra untuk melakukan kegiatan perniagaan secara atas talian yang lebih dikenali sebagai E-perniagaan. Kegiatan ini biasanya dilakukan secara automatik menggunakan teknologi elektronik seperti komputer dan internet. Dengan adanya kemudahan sebegini setiap syarikat lebih mementingkan perkhidmatan dan produk bagi memenuhi kehendak pengguna dari menjalankan transaksi jual beli barang melalui atas talian. Dengan adanya perkhidmatan dua hala ini, pengguna akan berasa yakin untuk menggunakan perkhidmatan E-perniagaan berbanding dengan perniagaan biasa yang memerlukan tenaga dan masa untuk mendapatkan sesuatu barang. Maka dari situlah berlakunya tindak balas pelanggan di antara dua perkhidmatan dua hala dengan perkhidmatan satu hala.

## **2. Kaedah Berangka Tak Piawai**

Persamaan pembezaan memainkan peranan penting dalam penghasilan sesuatu model matematik. Setiap model matematik tidak dapat diselesaikan secara analitik, kerana kebanyakan model matematik dibangunkan berdasarkan anggaran bagi memperoleh keputusan hampir tepat. Salah satu kaedah yang popular dalam menyelesaikan masalah model matematik ini adalah kaedah beza terhingga. Kaedah ini hanya memberikan keputusan yang hampir tepat apabila menggunakan selang masa yang kecil sahaja. Ini bermakna sekiranya sesuatu masalah itu menggunakan selang masa yang besar maka keputusan yang diberikan oleh kaedah ini tidak begitu tepat. Untuk mengatasi masalah ini, Mickens (2003) telah mencadangkan satu pendekatan baru untuk membangunkan kaedah beza terhingga piawai bagi menyelesaikan

persamaan pembezaan ini. Antara pendekatannya adalah menormalkan semula penyebut di dalam terbitan diskrit dan penghampiran bukan tempatan bagi sebutan tidak linear.

Jadual di bawah menunjukkan satu set beza terhingga piawai Mickens dan penyelesaian tepat.

	Persamaan pembezaan	Persamaan beza terhingga	Persamaan beza terhingga tepat
1	$\frac{du}{dt} = -\lambda u$	$\frac{u_{k+1} - u_k}{h} = -\lambda u_k$	$\frac{u_{k+1} - u_k}{\left(\frac{1 - e^{-\lambda h}}{\lambda}\right)} = -\lambda u_k$
2	$\frac{du}{dt} = -u^2$	$\frac{u_{k+1} - u_k}{h} = -u_k^2$	$\frac{u_{k+1} - u_k}{h} = -u_{k+1} u_k$
3	$\frac{du}{dt} = -u^3$	$\frac{u_{k+1} - u_k}{h} = -u_k^3$	$\frac{u_{k+1} - u_k}{h} = -\left(\frac{2u_{k+1}}{u_{k+1} + u_k}\right) u_{k+1} u_k^2$
4	$\frac{du}{dt} = \lambda_1 u - \lambda_2 u^2$	$\frac{u_{k+1} - u_k}{h} = \lambda_1 u_k - \lambda_2 u_k^2$	$\frac{u_{k+1} - u_k}{\left(\frac{e^{\lambda_1 h} - 1}{\lambda}\right)} = \lambda_1 u_k - \lambda_2 u_{k+1} u_k$
5	$\frac{d^2 u}{dt^2} = -\lambda \frac{du}{dt}$	$\frac{u_{k+1} - 2u_k + u_{k-1}}{h^2} = \lambda \frac{u_k - u_{k-1}}{h}$	$\frac{u_{k+1} - 2u_k + u_{k-1}}{\left(\frac{e^{\lambda_1 h} - 1}{\lambda}\right) h} = \lambda \frac{u_k - u_{k-1}}{h}$
6	$\frac{d^2 u}{dt^2} + \omega^2 u = 0$	$\frac{u_{k+1} - 2u_k + u_{k-1}}{h^2} + \omega^2 u_k = 0$	$\frac{u_{k+1} - 2u_k + u_{k-1}}{\left(\frac{4}{\omega^2}\right) \sin^2\left(\frac{\omega h}{2}\right)} + \omega^2 u_k = 0$

Jadual 1.1 Perbandingan di antara persamaan beza terhingga dan persamaan beza terhingga tepat

Bagi semua contoh-contoh ini, kedua-dua penyelesaian mempunyai istilah nombor yang sama dari segi pengiraan dan bentuk. Perbezaan ini cenderung kepada penyebut daripada terbitan biasanya adalah selang masa  $h$  manakala penyebut bagi persamaan tepat merupakan fungsi  $h$  yang bergantung pada persamaan asal. Sebagai contoh pada Jadual 1 kecuali kedua dan ketiga. Bagi Ibijola dan Obayomi (2012) (Obayomi, 2012) telah menggunakan beberapa bentuk penyebut untuk menganalisis tahap keberkesanan penyebut tersebut (Obayomi, 2012;2013). Beliau dapati setiap penyebut itu tidak boleh digunakan dengan sewenang-wenangnya kerana penyebut tersebut dihasilkan berdasarkan syarat-syarat pemodelan tidak piawai.

Selain itu, persamaan beza terhingga tepat diwakili oleh ungkapan bukan tempatan, atau ungkapan perbezaan bukan tempatan. Ini boleh dilihat dalam contoh 2,3 dan 4, yang mana  $x^2$  dan  $x^3$  tidak muncul sebagai  $x_k^2$  dan  $x_k^2$ , tetapi sebagai ungkapan yang lebih kompleks (Obayomi, 2012).

Kaedah beza terhingga piawai (BTP) adalah merupakan kaedah beza terhingga umum yang ditambahbaikkan termasuklah beberapa bentuk ketepatan. Ini kerana keputusan tepat tidak boleh dijangka dari skim-skim baru tetapi kecekapan yang lebih tinggi akan menjadikan ketepatan itu lebih baik. Seperti skim standard, bagi menentukan sesuatu bentuk baru itu lebih baik adalah melalui ujian yang telah melibatkan banyak kes.

Bagi menghasilkan kaedah beza terhingga tidak piawai (BTTP) Mickens telah menetapkan beberapa syarat antaranya (Phumezile 2009):

- Syarat 1. Arahan terbitan diskret hendaklah sama dengan peringkat terbitan sempadan bagi persamaan pembezaan.
- Syarat 2. penyebut bagi terbitan diskret mestilah dapat dinyatakan dalam bentuk fungsi yang rumit berdasarkan saiz langkah.
- Syarat 3. Bentuk linear perlulah digantikan dengan perwakilan sebutan diskret bukan tempatan.
- Syarat 4. Syarat khas yang dipegang oleh penyelesaian daripada persamaan pengkamiran perlu juga dipegang oleh penyelesaian daripada kaedah beza terhingga.
- Syarat 5. Kaedah ini tidak perlu memperkenalkan penyelesaian yang tidak berkaitan atau palsu.

Kaedah ini juga lebih dikenali sebagai kaedah tidak piawai yang mana cara-cara pembinaannya akan ditunjukkan pada bab 3, 4 dan 5.

Sejak diperkenalkan, kaedah BTTP ini telah digunakan secara meluas. Antaranya, kajian yang dijalankan oleh Zaihar dan Mohammad Khatim (2015) adalah mengkaji pemindahan haba di dalam media berongga segi empat tepat apabila media tersebut diletakkan secara bersudut yang mana pada awalnya medium tersebut di beri suhu yang berbeza pada kiri dan kanannya. Mereka telah menggunakan kaedah tidak piawai ini bagi mendapatkan bacaan suhu di dalam medium tersebut bagi setiap sudut yang diuji. Selain itu, kaedah tidak piawai ini digunakan untuk mengkaji tentang kebolehan pengembangan lapisan dalaman bagi masalah tiga dimensi. Kajian yang dijalankan oleh Ohtani et. al (2015) telah menggunakan kaedah BTTP dengan

domain masa. Bagi Taguchi (2007) telah membuktikan bahawa penggunaan kaedah BTTP dengan domain masa ini memberi ciri-ciri yang sangat tepat. Beliau telah menganalisis peranti pensuisan optik menggunakan kesan terowong foton melalui gelombang yang mana pergerakan gelombang tersebut lebih cepat berbanding dengan kaedah beza terhingga piawai. Selain itu, kaedah BTTP boleh menyelesaikan masalah pemindahan haba tidak linear. Kajian yang dijalankan oleh (Malek, 2011) mendapati beberapa masalah yang terdapat pada pemindahan haba tersebut antaranya adalah sesuatu perkara tersebut melibatkan suhu, keadaan-keadaan sempadannya menggambarkan fungsi tidak linear dan terdapat masalah perubahan fasa tidak linear pada persamaan antara muka tenaga. Dengan menggunakan kaedah Euler tidak piawai beliau telah berjaya mengatasi masalah ini. Antara kajian-kajian lain adalah Bhowmik (2009), Zibaei dan Nomjoo (2014) yang telah menggunakan kaedah BTTP ini dalam menyelesaikan tiga populasi di dalam model Lotka-Volterra, serta Obaid et. al (2013) menggunakan kaedah ini bagi menyelesaikan masalah model matematik bagi jangkitan HIV.

### 3. Purata Berpemberat

Purata berpemberat memberi gambaran bahawa bukan setiap titik data menyumbangkan pemberat yang sama kepada purata. Tanggapan purata berpemberat ini memainkan peranan dalam statistik deskriptif malah juga berlaku yang lebih umum di beberapa bidang lain.

Sekiranya semua pemberat adalah sama, maka purata pemberat adalah sama dengan purata aritmetik. Walaupun secara umumnya purata pemberat mempunyai fungsi yang sama dengan purata aritmetik, tetapi ia mempunyai ciri-ciri yang berlainan seperti yang dimaksudkan oleh paradoks Simpson.

Kebiasaannya, purata pemberat adalah bukan set kosong sebaliknya mempunyai data seperti Sejong, Jimmie, & Yongdo (2011):

$$\{x_1, x_2, \dots, x_n\}$$

Dengan pemberat bukan negatif

$$\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^n \omega_i x_i}{\sum_{i=1}^n \omega_i},$$

yang purata:

$$\bar{x} = \frac{\omega_1 x_1 + \omega_2 x_2 + \dots + \omega_n x_n}{\omega_1 + \omega_2 + \dots + \omega_n}.$$

Oleh itu unsur-unsur data dengan pemberat yang tinggi lebih mempengaruhi keputusan berbanding dengan unsur pemberat yang kecil. Pemberat mestilah tidak boleh menjadi negatif. Ia berkemungkinan menjadi sifar, tetapi tidak akan menjadi sifar.

Berdasarkan dengan rumus yang mudah apabila pemberat yang normal bersamaan dengan satu sebagai contoh:

$\sum_{i=1}^n \omega_i = 1$ . Bagi pemberat normal seperti purata pemberat adalah hanya  $\bar{x} = \sum_{i=1}^n \omega_i x_i$  (Raghib, & Mowaffaq 2006).

Perhatikan bahawa sesuatu yang boleh sentiasa menormalkan pemberat dengan membuat perubahan kepada pemberat  $\omega'_i = \frac{\omega_i}{\sum_{j=1}^n \omega_j}$ . Menggunakan pemberat normal menghasilkan keputusan yang sama apabila menggunakan pemberat yang asal.

$$\bar{x} = \sum_{i=1}^n \omega'_i x_i = \sum_{i=1}^n \frac{\omega_i}{\sum_{j=1}^n \omega_j} x_i = \frac{\sum_{i=1}^n \omega_i x_i}{\sum_{j=1}^n \omega_j} = \frac{\sum_{i=1}^n \omega_i x_i}{\sum_{i=1}^n \omega_i}$$

Purata biasa adalah  $\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i$  merupakan kes khas bagi purata pemberat yang semua data mempunyai pemberat yang sama,  $\omega_i = \omega$ . Apabila pemberat menjadi normal kemudian  $\omega'_i = \frac{1}{n}$ .

#### 4. Model lotka-volterra

Model Lotka-Volterra ini terdiri daripada gabungan dua persamaan terbitan biasa yang menggambarkan populasi pemangsa dan populasi mangsa yang dinamik dan merupakan penyelesaian kes yang paling mudah. Model ini telah dihasilkan oleh seorang juru matematik terkenal dari Itali iaitu Vito Volterra yang mencadangkan model persamaan perbezaan (1926) dan seorang ahli biologi American Alfred J. Lotka. Berikut adalah sistem terbitan biasa bagi model Lotka-Volterra ini:

$$\frac{dx}{dt} = Ax - Bxy, \quad \frac{dy}{dt} = -Cy + Dxy, \quad (1)$$

yang  $x$  dan  $y$  merupakan saiz populasi mangsa dan pemangsa,  $A > 0$  menunjukkan pembiakan mangsa,  $B > 0$  adalah kadar di mana pemangsa memakan mangsa,  $C > 0$  ialah kadar kematian

pemangsa dan  $D > 0$  merupakan kadar pertumbuhan pemangsa disebabkan mangsa sebagai contoh menjadikan mangsa sebagai makanan untuk terus hidup.

### 5. Pembinaan Kaedah Beza Terhingga Tidak Piawai Dengan Pemberat

Untuk menyelesaikan anggaran pada  $[0, t]$ , saiz langkah  $h = \Delta t$  digunakan menjadi  $t_i = ih$ , di mana  $i = 1:N$ . Sistem persamaan (1) dianggarkan menggunakan penghampiran BTTP. Dengan menggunakan fakta bahawa  $\lim_{h \rightarrow 0} \sin h = h, \lim_{h \rightarrow 0} \sinh h = h, \lim_{h \rightarrow 0} \cos h = 1$  dan  $\tan h = h$ , salah satu boleh menggantikan  $h$  maka  $\phi = \sin h, \phi = \sinh h$ , dan  $\phi = \tan h$  (Bhowmik, 2009). Dengan ini, Beberapa fungsi penghampiran piawai dengan sifat yang sama digunakan antaranya:

$$\frac{dx}{dt} = \frac{x_{i+1} - x_i}{\phi}, \tag{2}$$

$$\frac{dy}{dt} = \frac{y_{i+1} - y_i}{\phi}, \tag{3}$$

Di mana nilai anggaran bagi  $x, y$ , dan  $xy$  adalah berbeza. Selain itu, anggaran bagi nilai  $x_{i+1}$  dan  $y_{i+1}$  ditukarkan bagi setiap penyelesaian dalam setiap lelaran. Di bab ini telah dibahagikan kepada tiga kes di mana setiap kes mempunyai nilai anggaran  $x_{i+1}, y_{i+1}$  dan  $z_{i+1}$  yang berbeza dengan menggunakan kaedah BTTP dalam setiap lelaran serta menggunakan parameter yang berbeza bagi setiap kes. Kaedah BTTP yang dibangunkan adalah menggunakan kaedah Euler tidak piawai.

Bagi dimensi  $\frac{dx}{dt}$  dalam persamaan (1) digantikan dengan

$$x = wx_i + (1 - w)x_{i+1},$$

$$xy = x_{i+1}y_i$$

$$\frac{x_{i+1} - x_i}{\phi} = A(wx_i + (1 - w)x_{i+1}) - B(x_{i+1}y_i)$$

$$x_{i+1} - x_i = A\phi wx_i + A\phi x_{i+1} - A\phi wx_{i+1} - B\phi x_{i+1}y_i,$$

$$x_{i+1} - A\phi x_{i+1} + A\phi wx_{i+1} + B\phi x_{i+1}y_i = x_i + A\phi wx_i,$$

$$x_{i+1}(1 - A\phi + A\phi w + B\phi y_i) = x_i(1 + A\phi w),$$

$$x_{i+1} = \frac{1 + A\phi w}{1 - A\phi + A\phi w + B\phi y_i} x_i$$

Manakala bagi dimensi  $\frac{dy}{dt}$  dalam persamaan (1) nilai  $y$  tidak berubah manakala nilai  $xy$  digantikan dengan

$$xy = 2x_{i+1}y_i - x_iy_i$$

Ditulis sebagai

$$\frac{y_{i+1} - y_i}{\phi} = -C(wy_i + (1 - w)y_{i+1}) + D(2x_{i+1}y_i - x_iy_i),$$

$$y_{i+1} - y_i = -C\phi wy_i - C\phi y_{i+1} + C\phi wy_{i+1} + 2D\phi x_{i+1}y_i - D\phi x_iy_i,$$

$$y_{i+1} + C\phi y_{i+1} - C\phi wy_{i+1} = y_i - C\phi wy_i + 2D\phi x_{i+1}y_i - D\phi x_iy_i,$$

$$y_{i+1}(1 + C\phi - C\phi w) = y_i(1 + C\phi w + 2D\phi x_{i+1} - D\phi x_i),$$

$$y_{i+1} = \frac{1 - C\phi w + 2D\phi x_{i+1} - D\phi x_i}{1 + C\phi - C\phi w} y_i$$

**Algoritma:** Kaedah beza terhingga tidak piawai bagi model pemangsa dan mangsa Lotka-Volterra (Skema 2)

**tetapkan :**

saiz langkah  $h$

Fungsi selang langkah  $P$

nilai  $t$  ditetapkan  $0 \leq t \leq 150$  dengan saiz langkah  $h$

nilai  $y$  ditetapkan  $0 \leq y \leq 300$  dengan saiz langkah  $h$

Nilai awal bagi masa  $t = 0$

Nilai awal bagi populasi mangsa,  $X$

Nilai awal bagi populasi pemangsa,  $Y$

Nilai Parameter:

$A$  = Kadar pembiakan mangsa

$B$  = Kadar pemangsa memakan pemangsa

$C$  = Kadar kematian pemangsa

$D$  = Kadar pembiakan pemangsa

Nilai Pemberat  $W$ ;

kira langkah masa

kira anggaran nilai  $X$  dan  $Y$  menggunakan kaedah tidak piawai berikut



$$x_{i+1} = \frac{1 + A\phi w + B\phi y_i}{1 - A\phi + A\phi w + 2B\phi y_i} x_i$$

$$y_{i+1} = \frac{1 - C\phi w + 2D\phi x_{i+1} - D\phi x_i}{1 + C\phi - C\phi w} y_i$$

Bagi  $i = 1$  hingga  $n - 1$

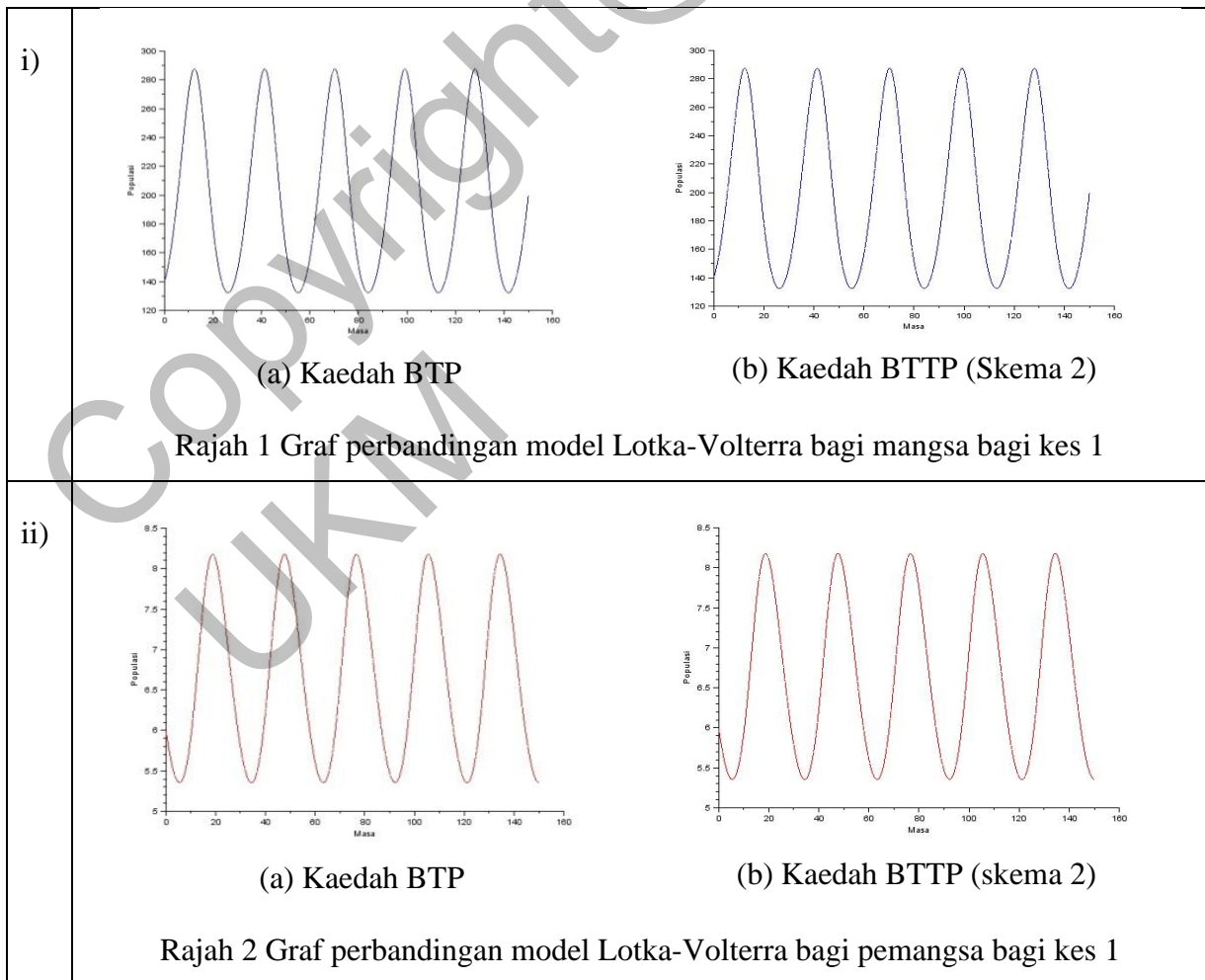
**Output:**  $x_{min}$ ,  $x_{max}$ ,  $y_{min}$  dan  $y_{max}$

**Plotkan**

- 1) graf populasi mangsa
- 2) graf populasi pemangsa
- 3) graf populasi pemangsa menentang pemangsa

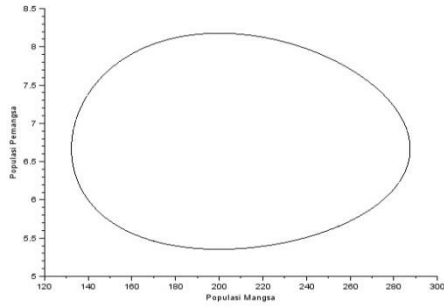
## 6. Simulasi

**Kes 1** ( $A > C$ ) bagi nilai  $A = 0.4$ ,  $B = 0.06$ ,  $c = 0.12$ ,  $d = 0.0006$ ,  $w = 0.37$ ,  $h = 0.001$ ,  $x_0 = 140$  dan  $y_0 = 6$

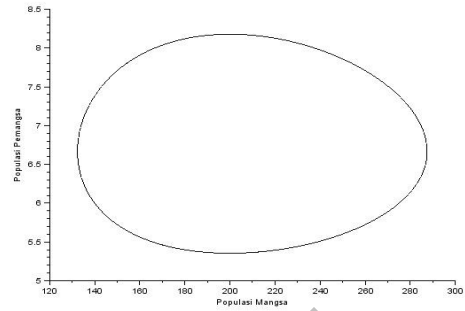


iii

)



(a) Kaedah BTP

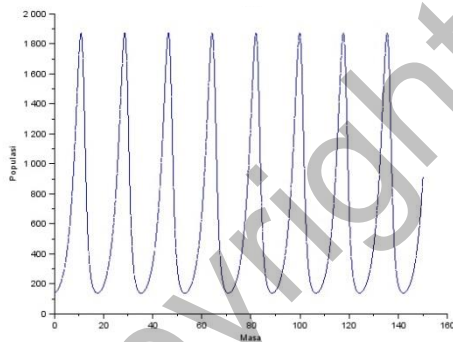


(b) Kaedah BTTP (skema 2)

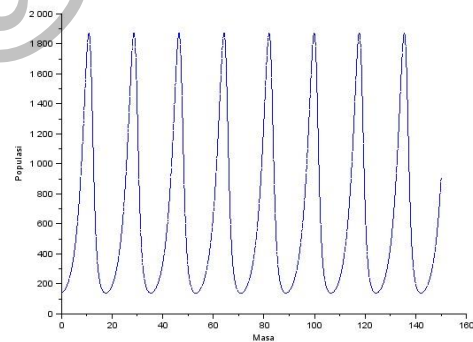
Rajah 3 Graf perbandingan model Lotka-Volterra bagi pemangsa lawan mangsa bagi kes 1

**Kes 2 ( $A = C$ ) bagi nilai  $A = 0.4$ ,  $B = 0.06$ ,  $c = 0.4$ ,  $d = 0.0006$ ,  $w = 0.37$ ,  $h = 0.001$ ,  $x_0 = 140$  dan  $y_0 = 6$**

i)



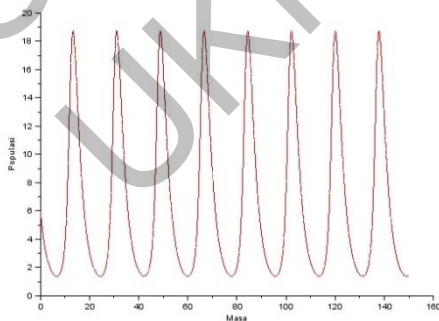
(a) Kaedah BTP



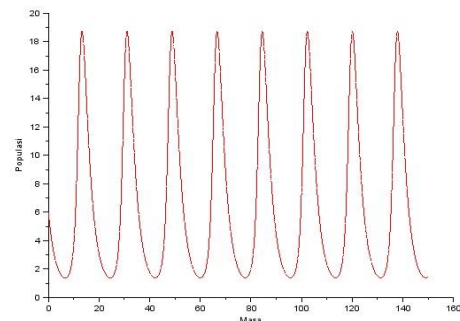
(b) Kaedah BTTP (skema 2)

Rajah 4 Graf perbandingan model Lotka-Volterra bagi mangsa bagi kes 2

ii)



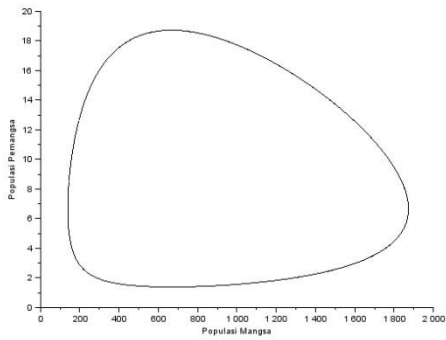
(a) Kaedah BTP



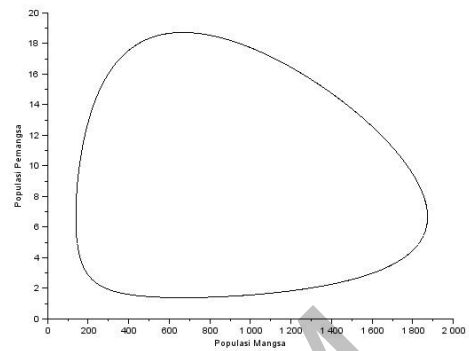
(b) Kaedah BTTP (skema 2)

Rajah 5 Graf perbandingan model Lotka-Volterra bagi pemangsa bagi kes 2

iii)



(a) Kaedah BTP

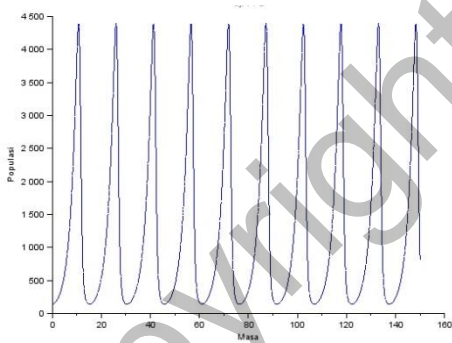


(b) Kaedah BTTP (skema 2)

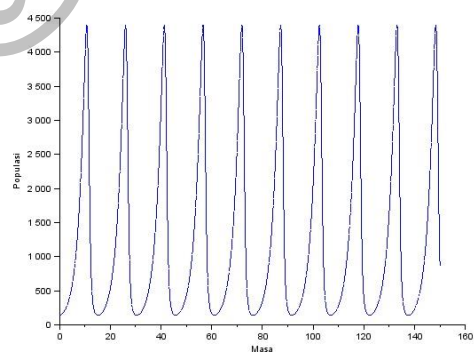
Rajah 6 Graf perbandingan model Lotka-Volterra bagi pemangsa lawan mangsa bagi kes 2

**Kes 3** ( $A < C$ ) bagi nilai  $A = 0.4$ ,  $B = 0.06$ ,  $c = 0.74$ ,  $d = 0.0006$ ,  $w = 0.37$ ,  $h = 0.001$ ,  $x_0 = 140$  dan  $y_0 = 6$

i)



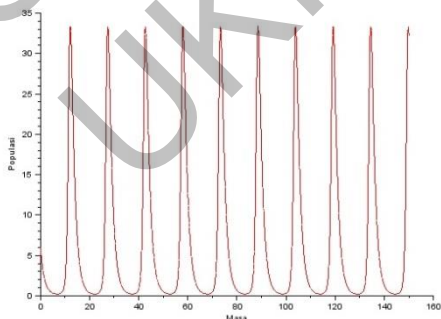
(a) Kaedah BTP



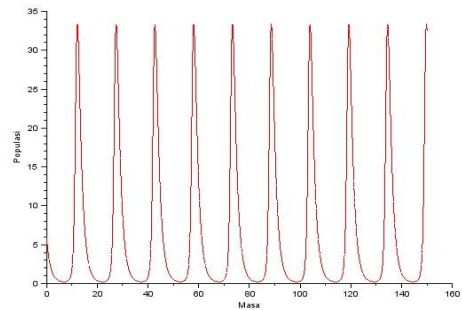
(b) Kaedah BTTP (skema 2)

Rajah 7 Graf perbandingan model Lotka-Volterra bagi mangsa bagi kes 3

ii)



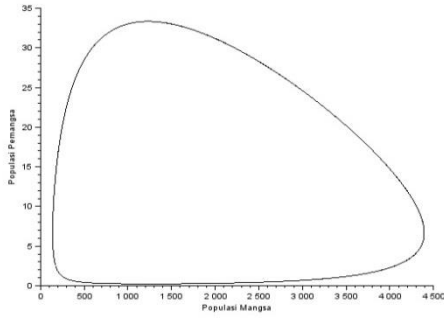
(a) Kaedah BTP



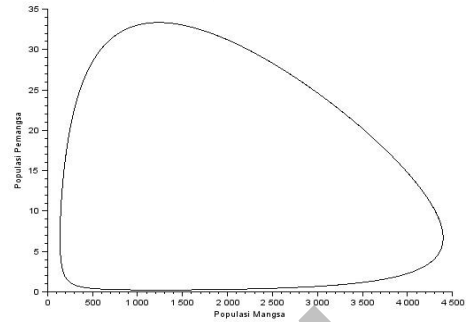
(b) Kaedah BTTP (skema 2)

Rajah 8 Graf perbandingan model Lotka-Volterra bagi pemangsa bagi kes 3

iii)



(a) Kaedah BTP

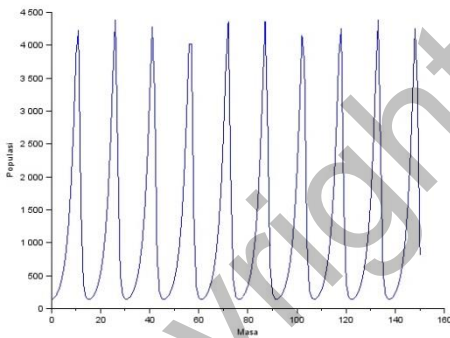


(b) Kaedah BTTP (skema 2)

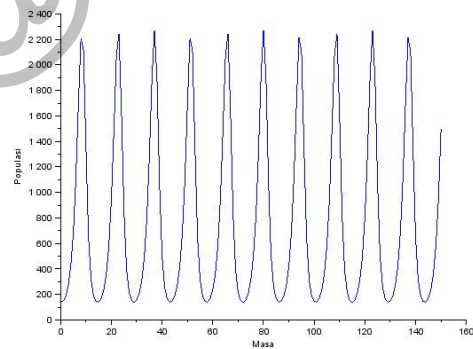
Rajah.9 Graf perbandingan model Lotka-Volterra bagi pemangsa lawan mangsa bagi kes 3

**Kes 4 ( $h = 1.0$ ) bagi nilai  $A = 0.4$ ,  $B = 0.06$ ,  $c = 0.74$ ,  $d = 0.0006$ ,  $w = 0.37$ ,  $h = 0.001$ ,  $x_0 = 140$  dan  $y_0 = 6$**

i)



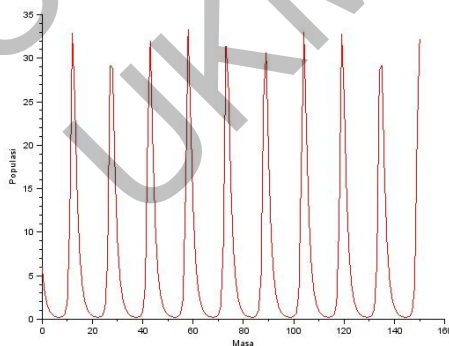
(a) Kaedah BTP



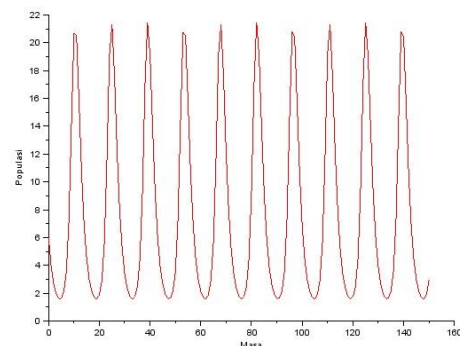
(b) Kaedah BTTP (skema 2)

Rajah 10 Graf perbandingan model Lotka-Volterra bagi mangsa bagi kes 4

ii)



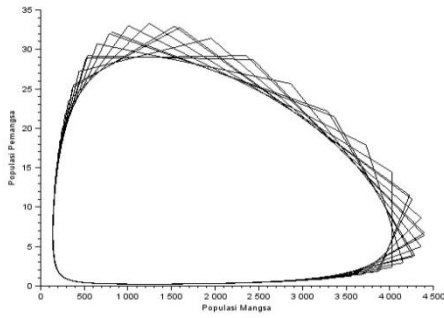
(a) Kaedah BTP



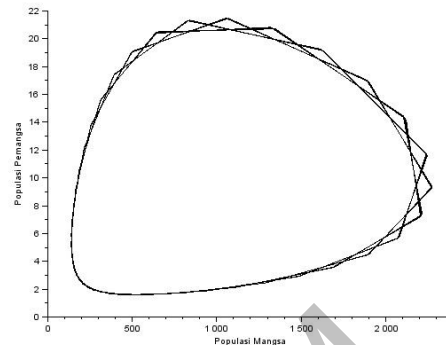
(b) Kaedah BTTP (skema 2)

Rajah 11 Graf perbandingan model Lotka-Volterra bagi Pemangsa bagi kes 4

iii)



(a) Kaedah BTP



(b) Kaedah BTTP (skema 2)

Rajah 12 Graf perbandingan Model Lotka-Volterra bagi Pemangsa Lawan Mangsa bagi kes 4

## 7. Analisis Hasil Simulasi Model Lotka-Volterra

Di dalam bahagian ini, analisis untuk kesemua simulasi model Lotka-Volterra yang dibuat pada bahagian 5 dibincangkan. Simulasi tersebut adalah perbandingan antara kaedah BTP yang sedia ada di dalam Scilab dengan tiga skema penyelesaian menggunakan kaedah BTTP dengan purata pemberat bagi beberapa set parameter yang berlainan.

Dari hasil simulasi pada Rajah 1 hingga Rajah 9, kesemua graf menunjukkan bacaan yang hampir sama. Pada awal graf-graf tersebut menunjukkan populasi mangsa yang meningkat disebabkan kelahiran mangsa kemudian menurun disebabkan oleh pemangsa yang memakan mangsa pada sesuatu masa yang tertentu. Kemudian, meningkat semula disebabkan kadar kelahiran mangsa dan menurun semula disebabkan oleh pemangsa. Keperluan ini akan berlaku sepanjang masa kerana populasi mangsa merupakan makanan utama bagi populasi pemangsa. Ini menunjukkan bagi  $h=001$ , tak kira nilai parameter kaedah BTP mempunyai tingkahlaku penyelesaian yang sama dengan kaedah BTTP (Skema 2).

Apabila dirujuk Rajah 9 hingga Rajah 12, menunjukkan graf-graf bagi populasi pemangsa melawan mangsa. Kesemua graf tersebut menunjukkan bacaan yang hampir sama tetapi terdapat perbezaan jumlah maksimum dan minimum kadar pertumbuhan bagi Rajah 10(a) yang menggunakan kaedah piawai. Pada permulaan graf tersebut populasi mangsa meningkat disebabkan kelahiran dan pertumbuhan populasi mangsa kemudian menurun disebabkan oleh pemangsa yang memakan mangsa pada sesuatu masa yang tertentu. Keperluan ini berlaku disebabkan sumber makanan bagi pemangsa bergantung sepenuhnya terhadap mangsa.. Graf-

graf tersebut menunjukkan tindak balas di antara pemangsa dan mangsa. Di dalam pemerhatian ini, jumlah populasi pemangsa yang sedikit telah menyebabkan penambahan jumlah populasi mangsa manakala jumlah populasi mangsa mula menurun telah meningkatkan jumlah populasi pemangsa. ini disebabkan oleh populasi pemangsa bergantung sepenuhnya kepada populasi mangsa.

Bagi Rajah 11 menunjukkan graf-graf bagi populasi pemangsa. Berdasarkan pada permulaan graf-graf tersebut menunjukkan jumlah populasi pemangsa menurun disebabkan kekurangan makanan pada populasi mangsa, kemudian populasi pemangsa tersebut bertambah disebabkan oleh keadaan populasi mangsa yang semakin banyak dan akan berkurangan semula disebabkan oleh kekurangan sumber makanan terhadap mangsa yang semakin berkurang. Kekerapan ini berlaku disebabkan sumber makanan bagi pemangsa bergantung sepenuhnya terhadap mangsa. Bagi Rajah 12 menunjukkan graf-graf bagi populasi pemangsa melawan mangsa. Graf-graf tersebut menunjukkan tindak balas di antara pemangsa dan mangsa Rajah 12(a) dan Rajah 12(b) sedikit perbezaan.

## **Kesimpulan**

Dua kaedah digunakan untuk menyelesaikan masalah Lotka-Volterra ini iaitu Kaedah BTP dan kaedah integrasi berangka Euler tidak piawai . Kaedah integrasi berangka Euler tidak piawai dengan menggunakan purata pemberat dibahagi kepada tiga skema penyelesaian bagi setiap parameter yang berlainan. Di dalam kajian ini terdapat empat parameter berlainan yang telah diuji yang di sebut kes. Bagi kes 1, 2 dan 3, kajian lebih berpandukan kepada  $A$  – kadar pembiakan mangsa dengan  $C$  –kadar kematian pemangsa. Di mana lebih tinggi kadar kematian pemangsa, maka jumlah kedua-dua populasi semakin bertambah. Manakala bagi kes 4, lebih tertumpu pada nilai selang masa  $h$  yang menggunakan nilai yang lebih besar iaitu 1.0 berbanding dengan nilai selang masa yang kecil dari kes 3 iaitu  $h = 0.001$ . Dapat diperhatikan di mana semakin kecil nilai selang masa yang digunakan, maka lebih menghampiri ketepatan bagi nilai-nilai yang diperolehi. Ini disebabkan pergerakan di antara dua nilai yang sangat kecil boleh mengurangkan ralat di antara nilai-nilai tersebut.

## **Penghargaan**

Penghargaan buat geran GGP-2017-023 dari UKM.

## Rujukan

- Dimitrov, D. T., & Kojouhrov, H. V. (2006). Positive and Elementary Stable Nonstandard Numerical Methods with Applications to Predator-Prey Models. *Applied Mathematics Letters*, 98-108.
- Dimitrov, D. T., & Kojouharov, H. V. (2008, June). Nonstandard Finite-Difference Methods for Predator-Prey Models with General Functional Response. *Mathematics and Computer in Simulation*, 78(1), 1-11.
- Dimotrov, D. T., & Kojouharov, H. V. (2005). Nonstandard finite-difference schemes for general two-dimensional autonomous dynamical systems. *Applied Mathematics Letters*, 18, 769-774.
- Mickens, R. E. (2003). Nonstandard Finite Difference Model of Differential Equations. *Applied Mathematics*, 19-30.
- Obaid, T. A. (2013). The Predator-Prey Model Simulation. *Basrah journal of Science, University of Basra*.
- Putri, P. P. (2013). Analisis Solusi Numerik Model Predator-Prey dengan Metode Rungge-Kutta Orde Empat dan Gill. *Jurusan Matematika Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam Universitas Jember*.
- Raghib, A. S., & Mowaffaq, H. (2006, October). On Gauss compounding of symmetric weighted arithmetic mean. *Mathematic Analysis and Applications*, 322(2), 729-734.
- Sejong, K., Jimmie, L., & Yongdo, L. (2011, November). The matrix geometric mean of parameterized, weighted aritmatic and harmonic means. *Linear Algebra and its Applications*, 435(9), 2114-2131.
- Yang, C., & Chen, X. (2015, May). Fire Safety Awareness Dynamic Propagation Model on Campus with Fuzzy Information under Lokta-Volterra System. *Control and Decision Conference (CCDC)*, 343-347.

- Ye, Q., Qiang, X., & Song, G. (2013). Research on and Economic Explanation for LV Competition Model Among E-Business Platforms in the Two-Sided Market Perspective. *Information Technology and Applications (ITA), 2013 International Conference on* , 318-323.
- Yu, H., & Zhao, M. (2009, November). Dynamic behavior of a three-species ecological system with the Beddington-DeAngelis functional response. *Chaos-Fractals Theories and Applications, 2009. IWCFTA '09. International Workshop on*, 346-350.
- Yu, H., & Zhao, M. (2011, October). The dynamic complexity of an apparent competition community ecological model with the Beddington-DeAngelis functional response. *Chaos-Fractals Theories and Applications (IWCFTA), 2011 Fourth International Workshop on*.
- Yuting, W., & Meng, Y. (2011, August). The Competition of Highway and Railway in the Passenger Transport Corridor Based on Simulink Simulation. *Management and Service Science (MASS), 2011 International Conference on*, 1-4.
- Zaihar, Y., & Hasan, M. K. (2015, August). Nonstandard finite difference schemes for natural convection in an inclined porous rectangular cavity. *Electrical Engineering and Informatics 2015, The 5th International Conference on*.