

## SIMULASI BEDDINGTON-DEANGELIS DENGAN MODIFIKASI TIDAK PIAWAI TRIMEAN BENTUK KETIGA

Noor Ashikin Othman, Mohammad Khatim Hasan dan bahari Idrus  
Fakulti teknologi dan sains maklumat, Universiti kebangsaan malaysia

### Abstrak

*Model Beddington-DeAngelis adalah sistem persamaan pembezaan digunakan untuk memodelkan interaksi antara pemangsa dan mangsa. Model Beddington-DeAngelis menggunakan fungsi tindak balas jenis Holling II yang mempunyai istilah tambahan dalam penyebut sebagai gangguan bersama antara pemangsa. Dalam kajian ini, skema berangka tidak piawai dengan trimean bentuk ketiga dibangun untuk meningkatkan simulasi terhadap tingkah laku interaksi antara spesies dan meramal titik keseimbangan dengan tepat dan cepat. Keputusan menunjukkan bahawa skema tidak piawai dengan trimean bentuk ketiga dapat meramal titik keseimbangan dengan tepat (4,1) dan cepat ( $t = 82.289ms$ ) walaupun menggunakan nilai selang langkah  $h$  yang besar ( $h=1.159$ ).*

**Kata kunci:** algoritma berangka tidak piawai, trimean, interaksi antara spesies, model Beddington-DeAngelis.

### PENDAHULUAN

Populasi ekologi dalam dunia nyata memaparkan tentang hubungan tingkah laku akibat interaksi antara pemangsa dan mangsa. Dalam model matematik, persamaan pembezaan diguna untuk mencari hubungan kait interaksi antara pemangsa dan mangsa. Model Lotka- Volterra merupakan model yang paling mudah dan banyak diguna untuk mensimulasi interaksi antara pemangsa dan mangsa. Ramai penyelidik mengubah suai model tersebut dalam banyak cara sejak ia diperkenalkan pada tahun 1920-an.

Pada tahun 1965, Holling memperkenalkan tiga jenis fungsi tindak balas yang berbeza untuk pelbagai jenis spesies bagi memodelkan fenomena pemangsaan yang menjadikan model Lotka-Volterra lebih realistik (Holling 1965). Fungsi tindak balas ini merujuk kepada perubahan kepadatan mangsa bagi setiap unit masa pemangsa sebagai perubahan kepadatan mangsa. Fungsi tindak balas bagi model Beddington-DeAngelis telah diperkenalkan oleh Beddington dan DeAngelis pada tahun 1975 (Beddington 1975; DeAngelis et al. 1975). Fungsi tindak balas bagi model Beddington-DeAngelis adalah sama seperti fungsi tindak balas yang diperkenalkan oleh Holling tetapi ia mengandungi istilah tambahan yang menerangkan gangguan bersama oleh pemangsa.

Model Beddington-DeAngelis menjadi satu model fundamental alternatif yang digunakan untuk meneroka interaksi antara sistem. Kelebihannya adalah kadar pertumbuhan dan kematian tidak sepenuhnya bergantung kepada populasi mangsa dan pemangsa. Model ini telah mengambil kira persekitaran di sekitar kawasan tertentu. Pemangsa juga boleh mencari sumber makanan lain selain mangsa di samping kadar kematian mangsa boleh disebabkan oleh penyakit dan pertarungan antara pemangsa dan mangsa. Model ini berfungsi sebagai titik permulaan untuk mensimulasikan interaksi antara spesies yang lebih kompleks. Beberapa contoh penyelidik yang menggunakan model Beddington-DeAngelis ialah (Wang et al. 2011), (Shulin & Cuihua 2013), (Zhang & Xiang 2014), dan (Wei 2018).

Wang dan rakan-rakan penyelidik mengkaji kestabilan global bagi virus jangkitan HIV-1 dengan menggunakan model Beddington-DeAngelis (Wang et al. 2011). Ia merupakan satu cadangan untuk membangunkan ubat baru bagi mengawal virus jangkitan HIV-1. Shulin dan Cuihua mensimulasikan model Beddington-DeAngelis yang terdiri daripada dua spesies mangsa dan satu spesies pemangsa dengan strategi kawalan yang terancang (Shulin & Cuihua 2013). Melalui penilaian daripada teori Floquet, teori perbandingan dan gangguan amplitud kecil, hasilnya muncul fenomena pengecualian persaingan

dalam model tersebut. Zhang dan Xiang membangunkan model dengan musuh semulajadi mempunyai fungsi tindak balas model Beddington-DeAngelis untuk mengawal perosak (Zhang & Xiang 2014). Wei menggunakan model Beddington-DeAngelis bagi memodelkan pertumbuhan tumor dengan rawatan kanser kemoterapi dan imunoterapi (Wei 2018). Hasilnya model tersebut dapat memperbaiki hasil rawatan dengan lebih baik.

Kaedah integrasi berangka tepat merupakan satu kaedah penyelesaian tepat diguna untuk menyelesaikan masalah persamaan pembezaan. Kaedah integrasi berangka tepat mempunyai tahap ketidakstabilan berangka (Mickens 1994). Kaedah integrasi berangka tepat hanya memberikan keputusan yang tepat apabila menggunakan nilai selang langkah  $h$  kecil sahaja. Contoh kaedah integrasi berangka tepat ialah kaedah Adam-Moulton dan kaedah Runge-Kutta. Hasan dan rakan-rakan penyelidik (2015) membandingkan kaedah Adam-Moulton dan kaedah Runge-Kutta Order Keempat dalam menganalisis tingkah laku model interaksi Rosenweig-MacArthur. Keputusan menunjukkan bahawa kedua-dua kaedah dapat mensimulasikan masalah tingkah laku dengan ketepatan yang hampir sama tetapi kaedah Adam-Moulton dapat menyelesaikan masalah dengan lebih cepat daripada kaedah Runge-Kutta Order Keempat. Namun begitu, nilai selang langkah  $h$  besar mengurangkan ketepatan bagi kedua-dua kaedah tersebut (Hasan et al. 2015).

Kaedah integrasi berangka tidak piawai telah dicadangkan oleh (Mickens 1994) sebagai penyelesaian praktikal untuk memulihara ciri kualitatif persamaan perbezaan. Mickens telah membina teori asas untuk pendekatan tidak piawai dalam (Mickens 1994, 2002, 2005, 2007, 2018). Kaedah integrasi berangka tidak piawai menghapuskan ketidakstabilan berangka dalam kaedah integrasi berangka tepat dan dapat memberikan penyelesaian yang hampir tepat dalam semua nilai saiz langkah. Sumbangan penyelidik lain dalam memperluaskan pendekatan kaedah integrasi berangka tidak piawai adalah (Anguelov & Lubuma 2003; Hasan & Mazlan 2017; Ibijola & Obayomi 2012; A. A. Obayomi & Olu 2013; A. Obayomi & Olabode 2013).

Trimean ditakrifkan oleh (Turkey 1977) seperti berikut  $TM = (H1 + 2M + H2)/4$ , yang  $M$  ialah median dan  $H1$  dan  $H2$  adalah sendi bawah dan sendi atas. Trimean adalah purata wajaran bagi kuartil pertama,  $Q1$ , kuartil kedua,  $Q2$  dan kuartil ketiga,  $Q3$  dalam persamaan berikut (Li et al. 2014) :

$$TM = (Q1 + 2Q2 + Q3)/4$$

Trimean merupakan salah satu alat pengukur yang digunakan dalam statistik (Mazin et al. 2015). Ia mudah untuk difahami dan boleh membuat pengiraan data dengan cekap. Konsep Trimean ini akan diguna dalam mensimulasi model Beddington-DeAngelis.

Dalam kajian ini, penyelidik membangunkan skema baru bagi mensimulasi model Beddington-DeAngelis menggunakan kaedah integrasi berangka tidak piawai dengan trimean bentuk ketiga yang dipanggil ABTP-Trimean 3. Sebelum ini, Othman dan rakan-rakan penyelidik telah membangunkan ABTP-Trimean menggunakan model Lotka Volterra dan model Rosenzweig-MacArthur (Hasan et al. 2018; Othman & Hasan 2017).

## MODEL BEDDINGTON-DEANGELIS

Model Beddington-DeAngelis diberikan oleh :

$$\left. \begin{aligned} \frac{dx}{dt} &= x - \frac{Axy}{1+x+y}, & x(t_0) &= x_0 \geq 0, \\ \frac{dy}{dt} &= \frac{Exy}{1+x+y} - Dy, & y(t_0) &= y_0 \geq 0, \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

yang  $x$  dan  $y$  ialah saiz populasi mangsa dan pemangsa,  $A$  ialah kadar penangkapan mangsa,  $E$  ialah kadar peningkatan pemangsa dan  $D$  ialah kadar kematian pemangsa.

Titik keseimbangan bagi persamaan (1) ditakrifkan oleh

$$\left. \begin{aligned} x - \frac{Axy}{1+x+y} &= 0, \\ \frac{Exy}{1+x+y} - Dy &= 0, \end{aligned} \right\} \quad (2)$$

Bergantung kepada nilai-nilai parameter bagi persamaan (1) mempunyai keseimbangan berikut :

- i.  $E_0 = (0,0)$ ;

- ii.  $E^* = (x^*, y^*) = \left( \frac{AD}{AE-E-AD}, \frac{E}{AE-E-AD} \right)$ . Keseimbangan  $E^*$  wujud jika dan hanya jika  $AE - E - AD > 0$ .

Analisis matematik mengenai titik keseimbangan bagi persamaan (2) boleh dirujuk kepada (Dimitrov & Kojouharov 2005). Kaedah ABTP-Trimean bagi model Beddington-DeAngelis akan disimulasi dengan menggunakan perisian Scilab.

## METODOLOGI

Untuk membangunkan algoritma berangka tidak piawai dengan trimean bagi persamaan (1),  $\frac{dx}{dt}$  akan digantikan dengan  $\frac{x_{i+1}-x_i}{\phi}$ , dan  $\frac{dy}{dt}$  akan digantikan dengan  $\frac{y_{i+1}-y_i}{\phi}$  mengikut (Hasan et al. 2018; Mickens 2002; Othman & Hasan 2017).

### **Skema Tidak Piawai Bentuk Ketiga**

Bagi dimensi  $\frac{dx}{dt}$  dalam persamaan (1), nilai  $x, xy$  dan  $y$  digantikan dengan nilai anggaran masing-masing seperti

$$\begin{aligned}x &= x_i \\xy &= x_i y_i \\y &= y_i\end{aligned}$$

Dan dimensi  $\frac{dx}{dt}$  dijadikan sebagai fungsi  $f(x_i)$  seperti

$$f(x_i) = x_i - \frac{Ax_i y_i}{1 + x_i + y_i}$$

Dengan menggunakan kaedah kestabilan asas tidak piawai Runge-Kutta terbitan kedua, maka persamaan menjadi

$$\frac{x_{i+1} - x_i}{\phi} = \frac{f(x_i) + f(x_i + (\phi)f(x_i))}{2}$$

$$x_{i+1} - x_i = \frac{\phi f(x_i) + \phi f(x_i + (\phi)f(x_i))}{2}$$

$$x_{i+1} = \frac{\phi f(x_i) + \phi f(x_i + (\phi)f(x_i))}{2} + x_i \quad (3)$$

Oleh kerana pendekatan Trimean memerlukan dua nod sebelumnya untuk mengira nod seterusnya, maka persamaan bukan Trimean, iaitu persamaan (3) digunakan untuk dua nod pertama.

Pada  $i = 0$ , persamaan (3) menjadi

$$f(x_0) = x_0 - \frac{Ax_0 y_0}{1 + x_0 + y_0}$$

$$x_1 = \frac{\phi f(x_0) + \phi f(x_0 + (\phi)f(x_0))}{2} + x_0$$

Pada  $i = 1$ , persamaan (3) menjadi

$$f(x_1) = x_1 - \frac{Ax_1y_1}{1 + x_1 + y_1}$$

$$x_2 = \frac{\emptyset f(x_1) + \emptyset f(x_1 + (\emptyset)f(x_1))}{2} + x_1$$

Pada  $i = 2$ , nilai  $x$  digantikan dengan persamaan trimean  $\frac{x_1 + 2x_2 + x_3}{4}$ , dan nilai  $y$  dan  $xy$  digantikan dengan

$$y = 2y_i - y_{i-1}$$

$$xy = 2x_iy_i - x_iy_{i-1}$$

Persamaan menjadi

$$f(x_2) = \frac{x_1 + 2x_2 + x_3}{4} - \frac{A(2x_2y_2 - x_2y_1)}{1 + \left(\frac{x_1 + 2x_2 + x_3}{4}\right) + (2y_2 - y_1)}$$

Maka,  $f(x_i)$  adalah

$$f(x_2) = \frac{0.25x_1 + 0.5x_2 + 0.25x_3}{1 + (0.25x_1 + 0.5x_2 + 0.25x_3) + (2y_2 - y_1)} - \frac{A(2x_2y_2 - x_2y_1)}{1 + (0.25x_1 + 0.5x_2 + 0.25x_3) + (2y_2 - y_1)}$$

Dengan menggunakan kaedah kestabilan asas tidak piawai Runge-Kutta terbitan kedua, persamaan menjadi

$$x_3 = \frac{\emptyset f(x_2) + \emptyset f(x_2 + (\emptyset)f(x_2))}{2} + x_2$$

Manakala bagi dimensi  $\frac{dy}{dt}$  dalam persamaan (1), semua nilai sebelah kanan digantikan dengan

$$x = x_i$$

$$xy = x_iy_i$$

$$y = y_i$$

Dan dimensi  $\frac{dy}{dt}$  dijadikan sebagai fungsi  $f(y_i)$  seperti

$$f(y_i) = \frac{Ex_iy_i}{1 + x_i + y_i} - Dy_i$$

Dengan menggunakan kaedah kestabilan asas tidak piawai Runge-Kutta terbitan kedua, maka persamaan menjadi

$$\frac{y_{i+1} - y_i}{\emptyset} = \frac{f(y_i) + f(y_i + (\emptyset)f(y_i))}{2}$$

$$y_{i+1} - y_i = \frac{\emptyset f(y_i) + \emptyset f(y_i + (\emptyset)f(y_i))}{2}$$

$$y_{i+1} = \frac{\emptyset f(y_i) + \emptyset f(y_i + (\emptyset)f(y_i))}{2} + y_i \quad (4)$$

Oleh kerana pendekatan Trimean memerlukan dua nod sebelumnya untuk mengira nod seterusnya, maka persamaan bukan Trimean, iaitu persamaan (4) digunakan untuk dua nod pertama.

Pada  $i = 0$ , persamaan (4) menjadi

$$f(y_0) = \frac{Ex_0y_0}{1 + x_0 + y_0} - Dy_0$$

$$y_1 = \frac{\emptyset f(y_0) + \emptyset f(y_0 + (\emptyset)f(y_0))}{2} + y_0$$

Pada  $i = 1$ , persamaan (4) menjadi

$$f(y_1) = \frac{Ex_1y_1}{1 + x_1 + y_1} - Dy_1$$

$$y_2 = \frac{\emptyset f(y_1) + \emptyset f(y_1 + (\emptyset)f(y_1))}{2} + y_1$$

Pada  $i = 2$ , kesemua nilai tidak berubah. Maka,  $f(x_i)$  adalah

$$f(y_2) = \frac{Ex_2y_2}{1 + x_2 + y_2} - Dy_2$$

Dengan menggunakan kaedah kestabilan asas tidak piawai Runge-Kutta terbitan kedua, persamaan tersebut menjadi

$$y_3 = \frac{\emptyset f(y_2) + \emptyset f(y_2 + (\emptyset)f(y_2))}{2} + y_2$$

**Catatan :** Terdapat pelbagai fungsi  $\phi$  sebagai contoh,  $\phi(h) = 1 - e^{-h}$ , iaitu,  $\phi(hq)/q = (1 - e^{-hq})/q$ .

#### KEPUTUSAN DAN PERBINCANGAN

Dalam kajian ini, model Beddington-DeAngelis akan disimulasi dengan menggunakan skema algoritma berangka tidak piawai dengan trimean bentuk ketiga. Analisis tingkah laku bagi skema ini dilakukan dengan dua set parameter yang telah ditetapkan mengikut (Dimitrov & Kojouharov 2005):

$$A = 6.0, D = 5.0, E = 7.5, q = 5.1$$

- a. Set 1 :  $x_0 = 4.5, y_0 = 0.5$  dengan  $h = 1.159$
- b. Set 2 :  $x_0 = 4.5, y_0 = 0.5$  dengan  $h = 0.001$ .

Keputusan simulasi dibentangkan dalam Rajah 1-6. Analisis corak tingkah laku dan nilai keseimbangan akan dibandingkan dengan penyelesaian analitik.

Dalam teori keseimbangan yang diterangkan dalam Model Beddington-DeAngelis, titik kestabilan linear boleh dikira dengan

$E^* = (x^*, y^*) = \left( \frac{AD}{AE-E-AD}, \frac{E}{AE-E-AD} \right)$ . Keseimbangan  $E^*$  wujud jika dan hanya jika  $AE - E - AD > 0$ . Oleh itu, dalam kajian ini,  $(6.0)(7.5) - (6.0)(5.0) > 0$ . Oleh itu, titik keseimbangan  $E^*$  adalah wujud. Keseimbangan  $E_1$  linear stabil apabila  $A < E$  iaitu  $6.0 < 7.5$ .

---

**Algoritma** : ABTP-Trimean bagi bentuk ketiga

---

tetapkan:

saiz langkah,  $h$ , domain penyelesaian  $t$ , nilai awal bagi pemangsa dan mangsa, parameter yang relevan dalam persamaan pembezaan mangsa dan pemangsa

kira nilai anggaran  $x$  dan  $y$  menggunakan kaedah ABTP-Trimean dengan berikut bagi  $i = 1$  hingga  $n - 1$ :

$$f(x_0) = x_0 - \frac{Ax_0y_0}{1 + x_0 + y_0}$$

$$x_1 = \frac{\emptyset f(x_0) + \emptyset f(x_0 + (\emptyset)f(x_0))}{2} + x_0$$

$$f(y_0) = \frac{Ex_0y_0}{1 + x_0 + y_0} - Dy_0$$

$$y_1 = \frac{\emptyset f(y_0) + \emptyset f(y_0 + (\emptyset)f(y_0))}{2} + y_0$$

kira nilai anggaran  $x$  dan  $y$  menggunakan kaedah ABTP-Trimean dengan berikut bagi  $i > 3$ :

$$f(x_i) = \frac{0.25x_{i-1} + 0.5x_i + 0.25x_{i+1} - \frac{A(2x_iy_i - x_iy_{i-1})}{1 + (0.25x_{i-1} + 0.5x_i + 0.25x_{i+1}) + (2y_i - y_{i-1})}}$$

$$x_{i+1} = \frac{\emptyset f(x_i) + \emptyset f(x_i + (\emptyset)f(x_i))}{2} + x_i$$

$$f(y_i) = \frac{Ex_iy_i}{1 + x_i + y_i} - Dy_i$$

$$y_{i+1} = \frac{\emptyset f(y_i) + \emptyset f(y_i + (\emptyset)f(y_i))}{2} + y_i$$

Output:  $x_{min}$ ,  $x_{max}$ ,  $y_{min}$  dan  $y_{max}$

Plotkan

- 1) Graf populasi pemangsa dan populasi mangsa
- 2) Graf interaksi populasi pemangsa melawan populasi mangsa

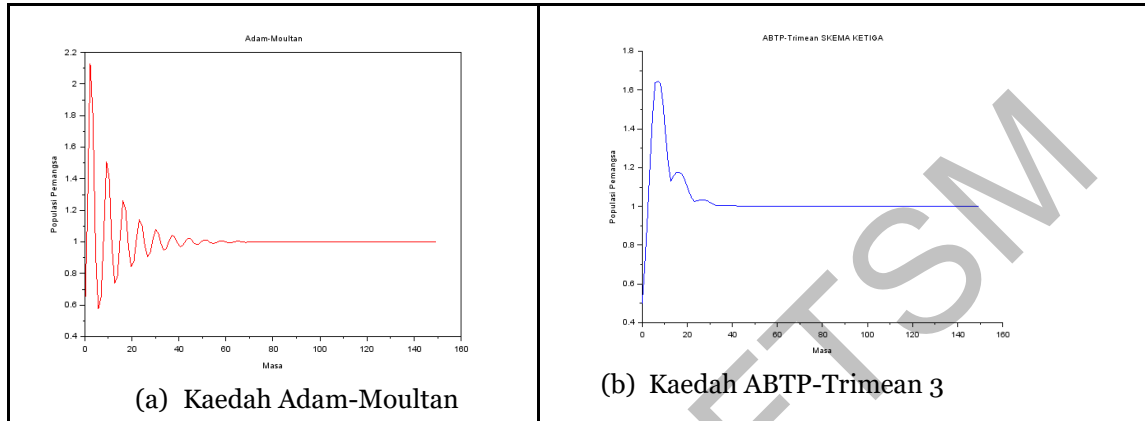
---

Titik keseimbangan dikira seperti berikut :

$$E^* = (x^*, y^*) = \left( \frac{AD}{AE - E - AD}, \frac{E}{AE - E - AD} \right) \\ = \left( \frac{(6.0)(5.0)}{(6.0)(7.5) - (7.5) - (6.0)(5.0)}, \frac{(7.5)}{(6.0)(7.5) - (7.5) - (6.0)(5.0)} \right) = (4, 1).$$

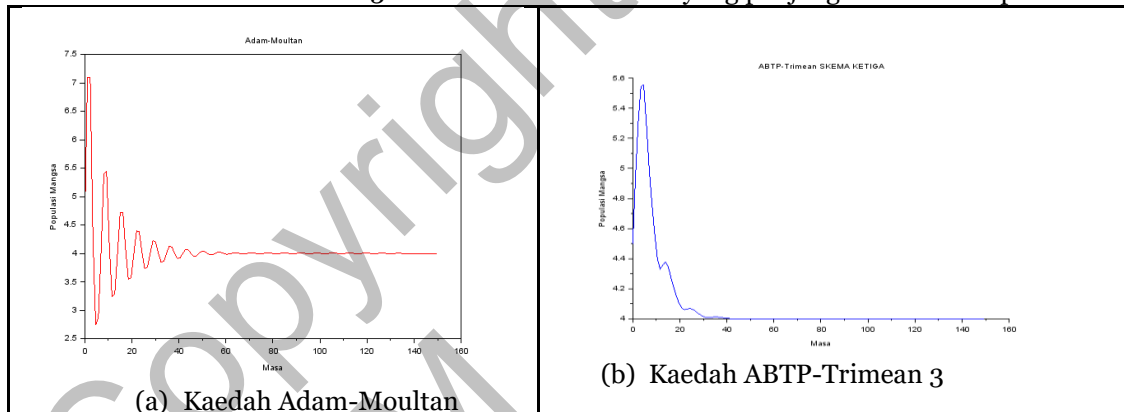
Jadi, titik keseimbangan  $E^*$  adalah (4,1).

Merujuk Rajah 1 di bawah, ABTP-Trimean 3 untuk nilai saiz langkah  $h = 1.159$  pada nilai  $x_0 = 4.5, y_0 = 0.5$  dibandingkan dengan kaedah Adam-Moultan bagi populasi pemangsa. Perbezaan yang ketara ialah ayunan tingkah laku turun naik yang kurang berlaku bagi kaedah ABTP-Trimean 3. Ini kerana kaedah ABTP-Trimean 3 tidak memerlukan masa yang panjang untuk mencapai kestabilan.



Rajah 1 Graf perbandingan model Beddington-DeAngelis bagi Set 1 dengan nilai  $x_0 = 4.5, y_0 = 0.5$  dan  $h = 1.159$  bagi populasi pemangsa.

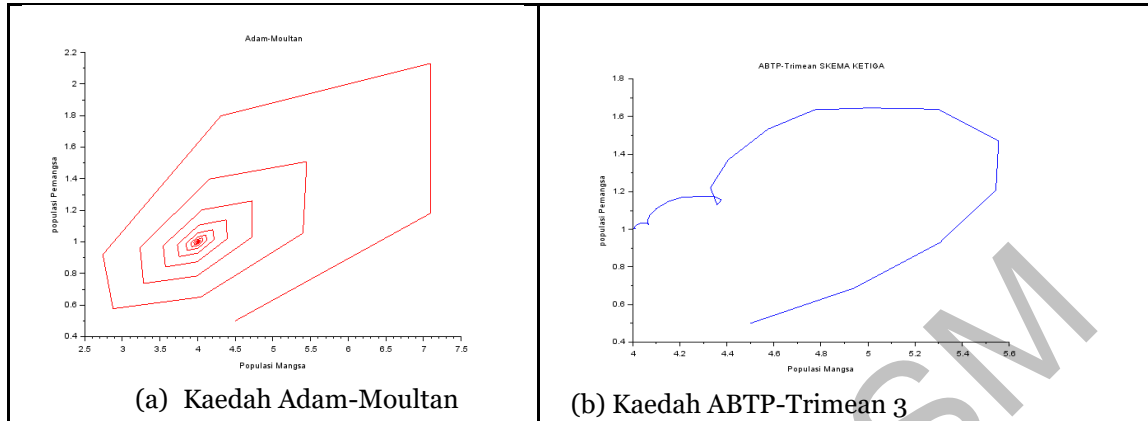
Merujuk Rajah 2 di bawah, kaedah ABTP- trimean 3 untuk nilai saiz langkah  $h = 1.159$  pada nilai  $x_0 = 4.5, y_0 = 0.5$  dibanding dengan kaedah Adam-Moultan bagi populasi mangsa. Satu-satunya perbezaan ialah ayunan tingkah laku turun naik yang kurang berlaku bagi kaedah ABTP-Trimean 3. Ini kerana kaedah ABTP-Trimean 3 tidak memerlukan masa yang panjang untuk mencapai kestabilan.



Rajah 2 Graf perbandingan model Beddington-DeAngelis bagi Set 1 dengan nilai  $x_0 = 4.5, y_0 = 0.5$  dan  $h = 1.159$  bagi populasi mangsa.

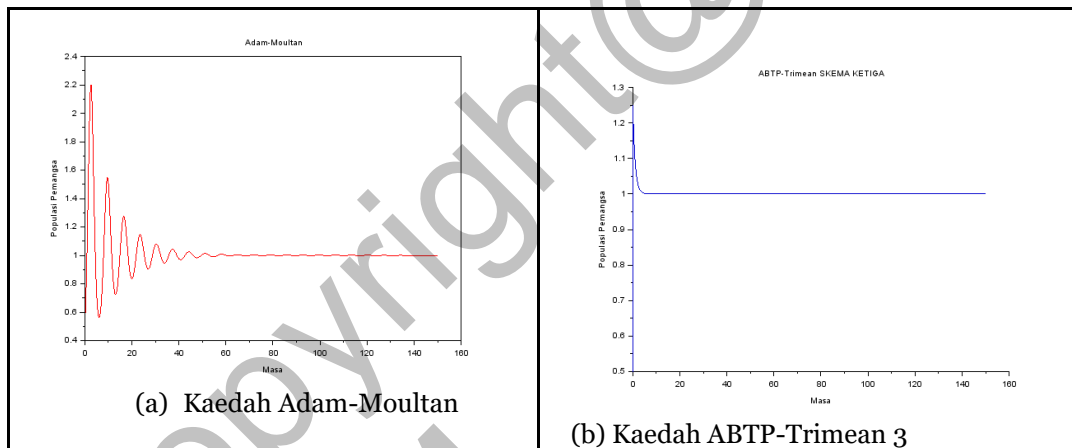
Merujuk Rajah 3, kaedah ABTP- trimean 3 untuk nilai saiz langkah  $h = 1.159$  pada nilai  $x_0 = 4.5, y_0 = 0.5$  dibanding dengan kaedah Adam-Moultan bagi interaksi populasi pemangsa melawan populasi mangsa. Perbezaan ketara yang dapat dilihat ialah kelakuan tidak licin dan kurang tingkah laku bagi kaedah ABTP-Trimean 3. Ini kerana kaedah ABTP-Trimean 3 tidak memerlukan masa yang panjang untuk mencapai kestabilan.

Kaedah ABTP-Trimean 3 untuk Set 1 memerlukan masa ( $t = 104.31ms$ ) untuk mencapai titik keseimbangan (4,1) manakala kaedah Adam-Moultan memerlukan masa ( $t = 172ms$ ) untuk mencapai titik keseimbangan (4,1). Simulasi ini dapat dilihat dengan menggunakan perisian Scilab. Ini menunjukkan bahawa kaedah ABTP-Trimean 3 dapat mensimulasikan dengan lebih cepat dan tepat berbanding dengan kaedah Adam-Moultan walaupun menggunakan nilai saiz langkah  $h$  yang besar.



Rajah 3 Graf perbandingan model Beddington-DeAngelis bagi Set 1 dengan nilai  $x_0 = 4.5, y_0 = 0.5$  dan  $h = 1.159$  bagi populasi pemangsa melawan populasi mangsa.

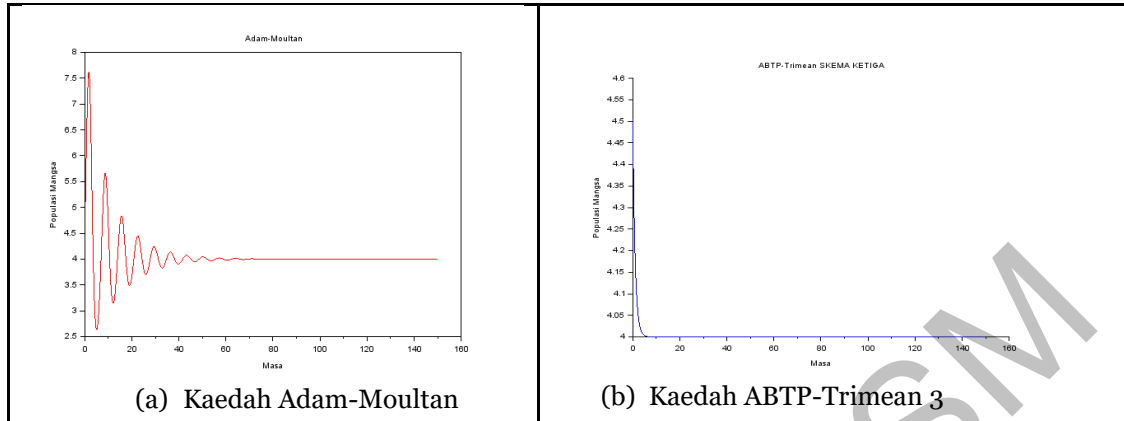
Merujuk Rajah 4, kaedah ABTP-Trimean 3 untuk nilai saiz langkah  $h = 0.001$  pada nilai  $x_0 = 4.5, y_0 = 0.5$  dibandingkan dengan kaedah Adam-Moultan bagi populasi pemangsa. Perbezaan yang ketara ialah tiada ayunan tingkah laku turun naik bagi kaedah ABTP-Trimean 3. Ini kerana kaedah ABTP-Trimean 3 tidak memerlukan masa yang panjang untuk mencapai kestabilan.



Rajah 4 Graf perbandingan model Beddington-DeAngelis bagi Set 2 dengan nilai  $x_0 = 4.5, y_0 = 0.5$  dan  $h = 0.001$  bagi populasi pemangsa.

Merujuk Rajah 5, kaedah ABTP-Trimean untuk nilai saiz langkah  $h = 0.001$  pada nilai  $x_0 = 4.5, y_0 = 0.5$  dibandingkan dengan kaedah Adam-Moultan bagi populasi mangsa. Perbezaan yang ketara ialah tiada ayunan tingkah laku turun naik bagi kaedah ABTP-Trimean 3. Ini kerana kaedah ABTP-Trimean 3 tidak memerlukan masa yang panjang untuk mencapai kestabilan.

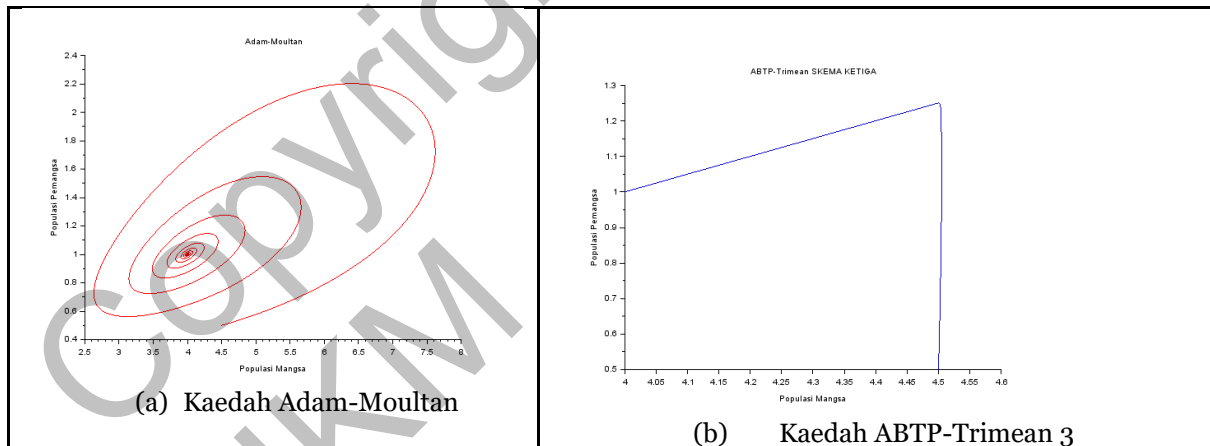




Rajah 5 Graf perbandingan model Beddington-DeAngelis bagi Set 2 dengan nilai  $x_0 = 4.5, y_0 = 0.5$  dan  $h = 0.001$  bagi populasi mangsa.

Merujuk Rajah 6, kaedah ABTP-Trimean 3 untuk nilai saiz langkah  $h = 0.001$  pada nilai  $x_0 = 4.5, y_0 = 0.5$  dibandingkan dengan model Adam-Moultan bagi interaksi populasi pemangsa dan populasi mangsa. Perbezaan ketara yang dapat dilihat ialah kelakuan tidak licin dan kurang tingkah laku bagi kaedah ABTP-Trimean 3. Ini kerana kaedah ABTP-Trimean 3 tidak memerlukan masa yang panjang untuk mencapai kestabilan.

Kaedah ABTP-Trimean 3 memerlukan masa ( $t = 16.149ms$ ) untuk mencapai titik keseimbangan (4,1) manakala kaedah Adam-Moultan memerlukan masa ( $t = 205.983ms$ ) untuk mencapai titik keseimbangan (4,1). Simulasi ini dapat dilihat dengan menggunakan perisian Scilab. Ini menunjukkan bahawa kaedah ABTP-Trimean dapat mensimulasikan dengan lebih cepat dan tepat berbanding dengan kaedah Adam-Moultan.



Rajah 6 Graf perbandingan model Beddington-DeAngelis bagi Set 2 dengan nilai  $x_0 = 4.5, y_0 = 0.5$  dan  $h = 0.001$  bagi populasi pemangsa melawan populasi mangsa.

Rajah 3 dan Rajah 6 menunjukkan interaksi antara populasi pemangsa dan populasi mangsa. Daripada graf (a) bagi kedua-dua rajah tersebut dapat dilihat bahawa populasi pemangsa meningkat dan populasi mangsa juga meningkat. Ini disebabkan oleh nilai awal populasi pemangsa lebih kecil ( $y_0 = 0.5$ ) daripada populasi mangsa  $x_0 = 4.5$ . Daripada hasil tersebut dapat dilihat bahawa populasi pemangsa meningkat secara maksimum apabila saiz populasi mangsa yang besar. Pada waktu ini, kadar kelahiran mangsa meningkat menyebabkan makanan bagi pemangsa hanya bergantung pada mangsa sahaja. Ini menyebabkan tekanan pemangsa meningkat sehingga menurunkan populasi mangsa. Penurunan populasi mangsa yang berterusan akan menyebabkan populasi pemangsa turut menurun akibat

kekurangan makanan. Sebagai alternatif, pemangsa akan mencari sumber makanan yang lain dan tidak bergantung pada mangsa sahaja. Hal ini menyebabkan populasi mangsa bertambah dan seterusnya akan mencapai keseimbangan bagi populasi pemangsa dan populasi mangsa pada penghujung masa. Titik keseimbangan berada pada kedudukan (4,1) dan juga secara tepat mensimulasikan penyelesaian analisis, iaitu (4,1).

Rajah 3 (b) adalah interaksi antara populasi pemangsa dan populasi mangsa daripada kaedah ABTP-Trimean 3. Pada awalnya, populasi pemangsa meningkat dan populasi mangsa juga meningkat sehingga ke titik perubahan di mana populasi pemangsa meningkat dan populasi mangsa tidak berubah. Kemudian, populasi pemangsa berkurang dan populasi mangsa juga berkurang. Trend perubahan ini terus berubah sehingga mencapai titik keseimbangan. Titik keseimbangan berada pada kedudukan (4,1) dan juga secara tepat mensimulasikan penyelesaian analisis, iaitu (4,1).

Rajah 6 bagi graf (b) adalah interaksi antara populasi pemangsa dan populasi mangsa daripada kaedah ABTP-Trimean 3. Daripada graf tersebut dapat dilihat populasi pemangsa meningkat manakala populasi mangsa tidak berubah pada awalnya sehingga ke titik perubahan di mana populasi mangsa semakin berkurang dan populasi pemangsa juga berkurang. Ini menunjukkan sumber makanan adalah kritikal dan tidak cukup untuk pemangsa. Pemangsa akan bersaing (membunuh) antara satu sama lain sehingga menyebabkan kepupusan pemangsa. Titik keseimbangan berada pada kedudukan (4,1) dan juga secara tepat mensimulasikan penyelesaian analisis, iaitu (4,1).

Nilai saiz langkah  $h$  yang digunakan sangat mempengaruhi tingkah laku interaksi simulasi antara kaedah Adam-Moultan dan kaedah ABTP-Trimean 3. Penggunaan resolusi tinggi bagi nilai saiz langkah  $h$  akan meningkatkan ketepatan dan kecekapan simulasi. Oleh itu, Rajah 4-6 dengan jelas menunjukkan bahawa menggunakan nilai saiz langkah  $h$  yang lebih kecil mensimulasikan interaksi lebih jelas dan cepat berbanding dengan menggunakan saiz langkah  $h$  yang lebih besar. Ini ditunjukkan oleh kurangnya turun naik tingkah laku pemangsa dan mangsa serta lebih cepat masa interaksi mangsa dan pemangsa untuk mencapai kestabilan.

## KESIMPULAN

Kajian ini telah menunjukkan bahawa penyelesaian menggunakan kaedah ABTP-Trimean 3 dapat menunjukkan keputusan yang lebih baik daripada kaedah Adam-Moultan. Walau bagaimanapun, ia adalah idea yang baik bagi melaksanakan simulasi untuk mengesahkan prestasi kaedah baru ini. Skema baru ini menunjukkan pilihan nilai saiz langkah  $h$  memainkan peranan penting dalam meniru tingkah laku simulasi yang tepat. Walau bagaimanapun, titik keseimbangan dapat disimulasikan dengan tepat dan cepat walaupun dengan menggunakan saiz langkah  $h$  yang lebih besar berbanding dengan kaedah Adam-Moultan. Ini adalah kelebihan utama kaedah ABTP-Trimean 3 yang dicadangkan.

## PENGHARGAAN

Artikel ini adalah sebahagian daripada Geran FRGS [FRGS/1/2021/ICT06/UKM/02/2] Universiti Kebangsaan Malaysia.

## RUJUKAN

- Anguelov, R. & Lubuma, J. M. 2003. Non-standard finite difference method by non-local approximation. *Mathematics and Computers in Simulation* 465–475.
- Beddington, J. R. 1975. Mutual Interference Between Parasites or Predators and its Effect on Searching Efficiency. *The Journal of Animal Ecology* 44(1): 331. doi:10.2307/3866
- DeAngelis, D. L., Goldstein, R. A. & O'Neill, R. V. 1975. A Model for Tropic Interaction. *Ecology* 56(4): 881–892. doi:10.2307/1936298
- Dimitrov, D. T. & Kojouharov, H. V. 2005. Nonstandard finite-difference schemes for general two-dimensional autonomous dynamical systems. *Applied Mathematics Letters* 18(7): 769–774. doi:10.1016/j.aml.2004.08.011
- Hasan, M. K., Abdul Karim, S. A. & Sulaiman, J. 2015. Graphical Analysis of Rosenzweig-MacArthur via Adams-Moultan and Fourth Order Runge-Kutta Methods. *The 5th International Conference on Electrical Engineering and Informatics* (Bali, Indonesia): 10-11 August.
- Hasan, M. K. & Mazlan, S. 2017. Adapting Non-Standard Weighted Average Approach for Solving the

- Lotka-Volterra Model. *SCIENCE & TECHNOLOGY* 25: 97–106.
- Hasan, M. K., Othman, N. A., Ariffin, S., Karim, A. & Sulaiman, J. 2018. Semi Non-Standard Trimean Algorithm for Rosenzweig-MacArthur Interaction Model 8(4): 1520–1527.
- Holling, C. S. 1965. The Functional Response of Predators to Prey Density and its Role in Mimicry and Population Regulation. *Memoirs of the Entomological Society of Canada* 97(S45): 5–60. doi:10.4039/entm9745fv
- Ibijola, E. & Obayomi, A. 2012. Derivation of New Non-Standard Finite Difference Schemes for Non-autonomous Ordinary Differential equation. *American Journal of Scientific and Industrial Research* 3(3): 122–127. doi:10.5251/ajsir.2012.3.3.122.127
- Li, B., Xiong, W., Hu, W. & Funt, B. 2014. Evaluating combinational illumination estimation methods on real-world images. *IEEE Transactions on Image Processing* 23(3): 1194–1209. doi:10.1109/TIP.2013.2277943
- Mazin, B., Delon, J. & Gousseau, Y. 2015. Estimation of Illuminants From Projections on the Planckian Locus. *IEEE Transactions on Image Processing* 24(6): 1944–1955. doi:10.1109/TIP.2015.2405414
- Mickens, R. E. 1994. Non-standard finite difference model of differential equations. *World Scientific* (Singapore): 144–162.
- Mickens, R. E. 2002. Non-standard finite difference schemes for differential equations. *Journal of Difference Equations and Applications* 823–847.
- Mickens, R. E. 2005. A numerical integration technique for conservative oscillators combining non-standard finite difference method with a Hamilton's principle. *Journal of Sound and Vibration* 477–482.
- Mickens, R. E. 2007. Calculation of denominator functions for nonstandard finite difference schemes of differential equations satisfying a positivity condition. *Numerical Method for Partial Differential Equations* 672–691.
- Mickens, R. E. 2018. A note on exact finite difference schemes for modified Lotka – Volterra differential equations Lotka – Volterra differential equations. *Journal of Difference Equations and Applications* 6198: 1–7. doi:10.1080/10236198.2018.1430792
- Obayomi, A. A. & Olu, A. 2013. Construction of new Non-standard Finite Difference Schemes for the Solution of a free un-damped Harmonic Oscillator Equation. *Mathematical Theory and Modeling* 3(2): 91–97.
- Obayomi, A. & Olabode, B. 2013. A new family of non-standard finite difference schemes for the logistic equations. *American Journal of Scientific and Industrial Research* 4(3): 277–284. doi:10.5251/ajsir.2013.4.3.277.284
- Othman, N. A. & Hasan, M. K. 2017. New hybrid two-step method for simulating lotka-volterra model. *Pertanika Journal of Science and Technology* 25(S6): 115–124. doi:10.1080/10236198.2018.1430792
- Shulin, S. & Cuihua, G. 2013. Dynamics of a Beddington-De Angelis type predator-prey model with impulsive effect. *Journal of Mathematics* 2013(2). doi:10.1155/2013/826857
- Turkey. 1977. Exploratory data analysis Addison-Wesley, Boston.
- Wang, Y., Zhang, S., Huang, D. & Liu, H. 2011. Global analysis on an HIV-1 infection model with intracellular delay. *Proceedings - 2011 International Symposium on Computer Science and Society, ISCCS 2011* 44–47. doi:10.1109/ISCCS.2011.20
- Wei, H. C. 2018. A mathematical model of tumour growth with Beddington–DeAngelis functional response: A case of cancer without disease. *Journal of Biological Dynamics* 12(1): 194–210. doi:10.1080/17513758.2017.1418028
- Zhang, J. & Xiang, Z. 2014. Study on the mathematical model of virus infection in pest management. *26th Chinese Control and Decision Conference, CCDC 2014* 1616–1619. doi:10.1109/CCDC.2014.6852426